Rapport du jury du concours externe et du troisième concours de recrutement de professeurs des écoles

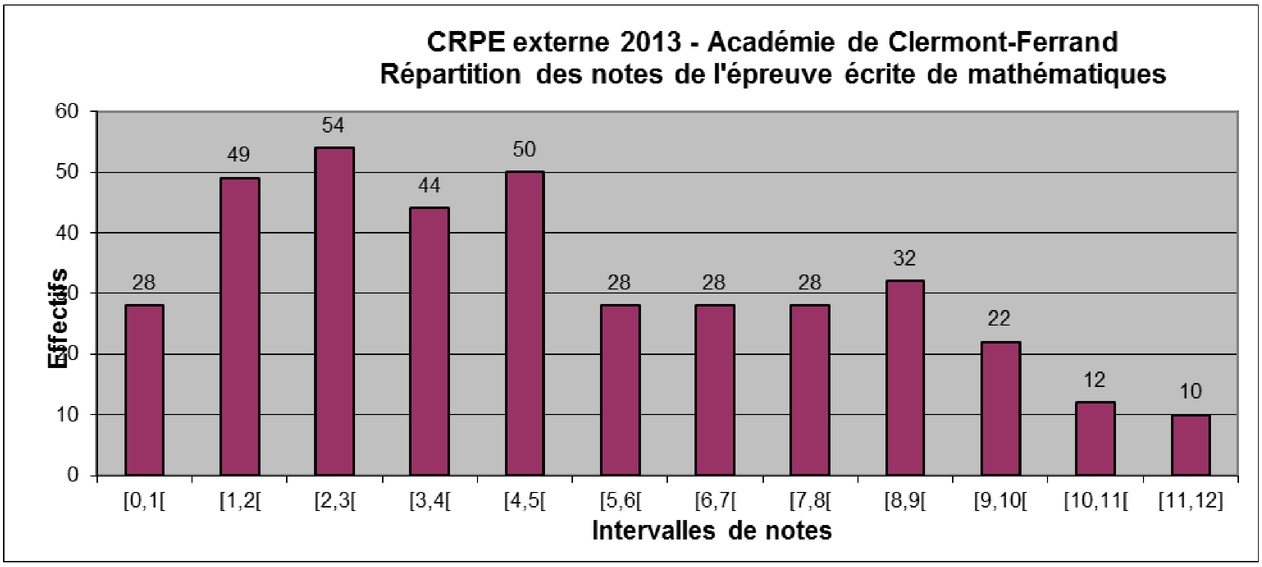
Session 2013

Partie

mathématiques

de la deuxième épreuve d'admissibilité

Éléments statistiques



Intervalles de notes	[0,1[	[1,2[	[2,3[	[3,4[	[4,5[	[5,6[	[6,7[	[7,8[	[8,9[	[9,10[	[10,11[	[11,12]
Effectifs	28	49	54	44	50	28	28	28	32	22	12	10
Fréquences	0,07	0,13	0,14	0,11	0,13	0,07	0,07	0,07	0,08	0,06	0,03	0,03

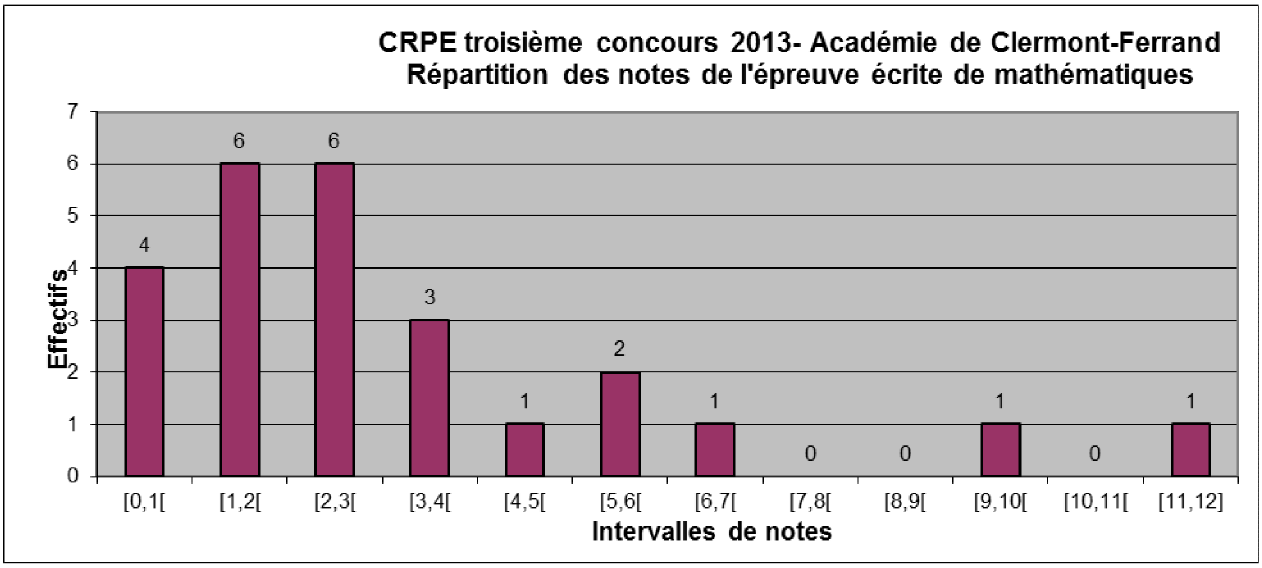
Nombre de présents : 385

Nombre de notes éliminatoires : 6

Premier quartile : 2,25
Médiane : 4,25
Troisième quartile : 7

Moyenne : 4,7

Ecart type : 3



Intervalles de notes	[0,1[	[1,2[	[2,3[	[3,4[	[4,5[	[5,6[	[6,7[	[7,8[	[8,9[	[9,10[	[10,11[	[11,12]
Effectifs	4	6	6	3	1	2	1	0	0	1	0	1
Fréquences	0,16	0,24	0,24	0,12	0,04	0,08	0,04	0,00	0,00	0,04	0,00	0,04

Nombre de présents : 25

Nombre de notes éliminatoires : 1 **Moyenne : 2,97**

Quelques Commentaires

Pour cette troisième année de recrutement des professeurs des écoles selon de nouvelles modalités (arrêté du 28 décembre 2009), nous avons eu pour le concours externe 385 candidats qui se sont présentés à l'épreuve de mathématiques (pour mémoire 306 présents à la session 2012 et 286 à la session 2011) et 25 pour le troisième concours (pour mémoire 12 en 2012 et 22 en 2011). Les copies présentent des disparités importantes, les notes allant de 0 à 12 avec plus de 50% des candidats qui obtiennent une note inférieure à 4,25. Notons toutefois de très bonnes copies voire excellentes correspondant à des candidats qui ont une maîtrise des connaissances et compétences des principaux éléments de mathématiques bien ancrée. Comme l'an dernier, des candidats se sont vus attribuer la note éliminatoire de 0 pour la partie "mathématiques" de cette deuxième épreuve d'admissibilité. On peut s'interroger de leur bonne connaissance des modalités du concours qui spécifient que la **note 0 est éliminatoire à l'une <u>ou</u> l'autre des parties de la deuxième épreuve**.

De nombreuses remarques figurant dans les rapports des années précédentes restent encore d'actualité, par exemple :

- trop de confusions de base de la part de futurs enseignants, telles celles entre périmètre et aire, entre disque et cercle, entre valeur exacte et valeur approchée,…
- les raisonnements en géométrie sont trop souvent mal structurés et/ou mal maîtrisés : affirmations non démontrées, confusions entre condition nécessaire et condition suffisante…
- le vocabulaire de la géométrie est mal assimilé et l'expression incorrecte révèle parfois une compréhension insuffisante voire une incompréhension des concepts : « origine du cercle », « milieu du carré», « angle rectangle », « angle perpendiculaire », « croisement des droites », «points parallèles »,…

Par ailleurs, le jury mentionne, par rapport aux années précédentes, une baisse de la qualité de rédaction et du soin apporté aux copies avec un vocabulaire mathématique utilisé de manière peu rigoureuse.

Corrigé de l'épreuve

Dans le corrigé ci-dessous des commentaires spécifiques à l'épreuve sont notés en italiques

Exercice n°1 (3 points) Vrai -Faux

1. **Affirmation 1: VRAIE**

Pour tout entier naturel n,

$2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} = 2^n \times \left(1+2^1+2^2\right) = 2^n \times 7$ donc 7 est un diviseur du nombre donné.

Cette question montre que la notion de justification est très floue chez beaucoup de candidats. Beaucoup de candidats se sont contentés de vérifier la proposition sur un exemple numérique ce qui ne constitue pas une démarche correcte.

2. **Affirmation 2 : VRAIE**

La probabilité de trouver toutes les bonnes réponses est $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

Affirmation 3: FAUSSE

La probabilité que toutes les réponses soient fausses est $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

3. **Affirmation 4 : VRAIE**

Dans la figure de gauche, le rapport entre l'aire du disque central et l'aire grisée est égal à : $\dfrac{\pi\times5^2}{\pi\times\left(25^2-20^2\right)} = \dfrac{25}{225} = \dfrac{1}{9}$

Dans la figure de droite, le rapport entre l'aire du carré central et l'aire grisée

$\dfrac{5^2}{25^2-20^2} = \dfrac{25}{225} = \dfrac{1}{9}$

Des candidats ont confondu la formule de l'aire d'un disque avec celle de la circonférence d'un cercle. Par ailleurs, il était attendu pour la comparaison, des valeurs exactes et non des valeurs approchées.

Exercice n°2 (5 points)

1. ◦ PRCE est un carré donc RP=RC. De plus, B $\in$ [PR] et M $\in$ [CR] avec PB=CM donc RB= RM. De RP=RC et RB= RM , on obtient : $\dfrac{RB}{RP} = \dfrac{RM}{RC}$

Les droites (PB) et (CM) sont sécantes en R, les points C,M,R d'une part et les points P,B,R d'autre part sont alignés dans cet ordre et $\dfrac{RB}{RP} = \dfrac{RP}{RC}$ donc,

d'après la réciproque du théorème de Thalès, (BM) // (CP).

◦ A $\in$ (BM), donc les droites (AB) et (BM) sont confondues et ,

U $\in$ (CP) et T $\in$ (CP) donc les droites (CP) et (TU) sont confondues .

Comme (BM) // (CP) , on obtient : (AB) // (TU)

De plus ,

T $\in$ (ER) et A $\in$ (ER) donc les droites (TA) et (ER) sont confondues.

Comme (UB) // (ER) (énoncé) , on a (UB) // (TA) .

◦ De (AB) // (TU) et (UB) // (TA) , on en déduit que le quadrilatère BATU est un parallélogramme.

◦ Les diagonales d'un carré étant perpendiculaires, dans le carré EPRC on a (ER) $\perp$ (PC) soit (TA) $\perp$ (TU) puisque les droites (ER) et (TA) d'une part et, (PC) et (TU) d'autres sont confondues .

◦ Le quadrilatère BATU est donc un parallélogramme ayant un angle droit : c'est un rectangle.

Cette question a été très peu souvent correctement traitée: elle a mis en évidence de fréquentes confusions entre le théorème de Thalès et sa réciproque. Par ailleurs, beaucoup de candidats affirment sans justifier (il ne suffit pas de voir!) et il est inutile de vouloir tromper le correcteur par une littérature démesurée et non fondée.

2.	a) x varie dans l'intervalle]0;40[, soit $0 < x < 40$ **b**) On a : $TP=TR=20\sqrt{2}$ (demi diagonale du carré PRCE) Les droites (TU) et (RB) sont sécantes en P et les droites (UB) et (TR) sont parallèles D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{PB}{PR}=\dfrac{PU}{PT}=\dfrac{UB}{TR}$ Soit : $\dfrac{x}{40}=\dfrac{PU}{20\sqrt{2}}=\dfrac{UB}{20\sqrt{2}}$ donc $UB=\dfrac{x\sqrt{2}}{2}$ **c**) la question précédente permet d'affirmer que : PU=UB. Donc $TU = PT - PU = 20\sqrt{2}-\dfrac{x\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(40-x)$ **d**) BATU est un rectangle donc son aire a pour mesure $TU \times UB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(40-x)\times\dfrac{x\sqrt{2}}{2}=\dfrac{x(40-x)}{2}$
3.	Par lecture graphique, l'aire est maximale pour $x=20$. Ce maximum est égal à 200.
4.	a) En développant l'expression obtenue au 2)d) il vient : $A(x)=\dfrac{40x-x^2}{2}$ En développant et réduisant l'expression donnée dans l'énoncé de cette question, il vient : $\dfrac{-(x-20)^2}{2}+200=\dfrac{-(x^2-40x+400)+400}{2}=\dfrac{40x-x^2}{2}=A(x)$ b) A(x) peut donc s'écrire sous la forme $\dfrac{-(x-20)^2}{2}+200$ On a : $A(x)-200=-\dfrac{(x-20)^2}{2}$, comme $(x-20)^2$ est un nombre positif, $A(x)-200$ est donc un nombre négatif, c'est-à-dire $A(x)\leq 200$. Or la valeur 200 est atteinte lorsque $x=20$, il s'en suit que l'aire maximale est atteinte pour x=20. c) Lorsque x=20, $TU=UB=10\sqrt{2}$, donc BATU est un carré de côté $10\sqrt{2}$ *Les questions 2) et 4) ont mis en évidence une mauvaise maîtrise du calcul numérique et algébrique chez beaucoup de candidats.*

Exercice 3 (4 points)	
1.	a) Le nombre d'ascendants au degré 3 est 8 b) Le nombre d'ascendants au degré n est 2^n
2.	a) Le numéro de l'ascendant direct est $\frac{p}{2}$ b) Le numéro de l'ascendant direct $\frac{m-1}{2}$ c) ◦ Si d est pair, alors Dominique est un homme. Son descendant direct est d/2. Ce descendant direct est un homme si et seulement si d/2 est pair. Condition obtenue : ***d* est un multiple de 4**. (d et d/2 sont pairs) ◦ Si d est impair, alors Dominique est une femme. Son descendant direct est (d-1)/2. Ce descendant direct est une femme si et seulement si (d-1)/2 est impair. Condition : **d et (d-1)/2 sont impairs**.
3.	**Cet ascendant est du côté du père**. En effet, les ascendants dont le numéro est compris entre 128 et 255 sont au degré 7 ($2^7 = 128$ et $2^8 = 256$). Le milieu de l'intervalle est 191,5. Donc le numéro 191 est « du côté gauche », donc un ascendant du côté du père.
4.	**Il y a 7 hommes sur ce chemin.** Claude est une femme (car son numéro est impair) Elle est du degré 8 (car 257 est entre 2^8 et 2^9) C'est la 1ère femme de la ligne (car $257 = 2^8 + 1$) Il n'y a donc que des hommes sur le chemin qui relie Françoise et Claude, soit 1 par degré.