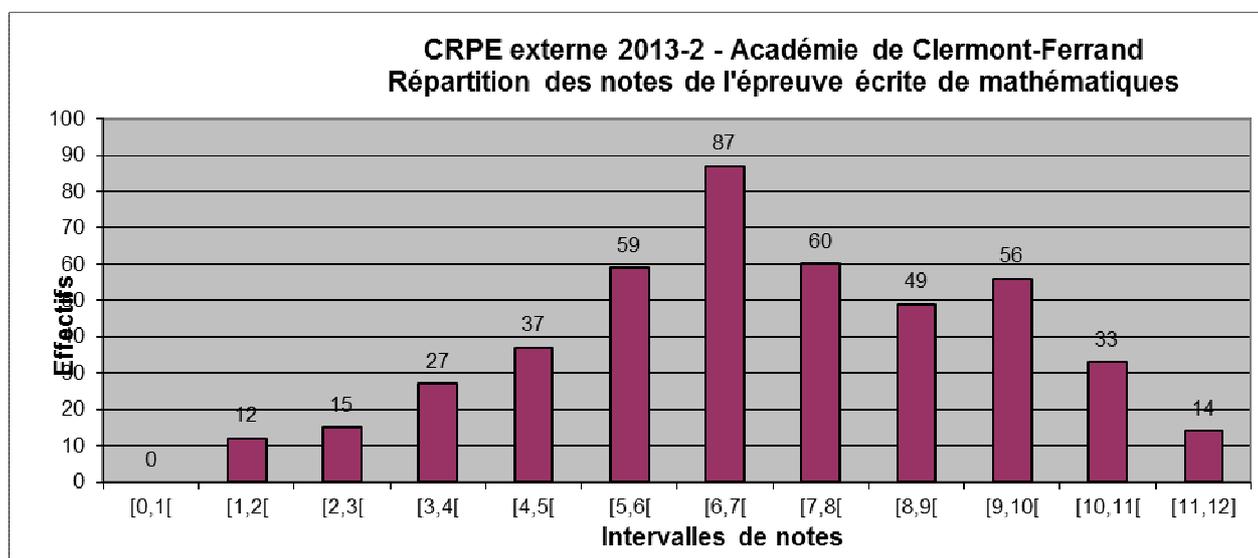


# Rapport du jury du concours externe et du troisième concours de recrutement de professeurs des écoles

Session 2014 exceptionnel

## Partie mathématiques de la deuxième épreuve d'admissibilité

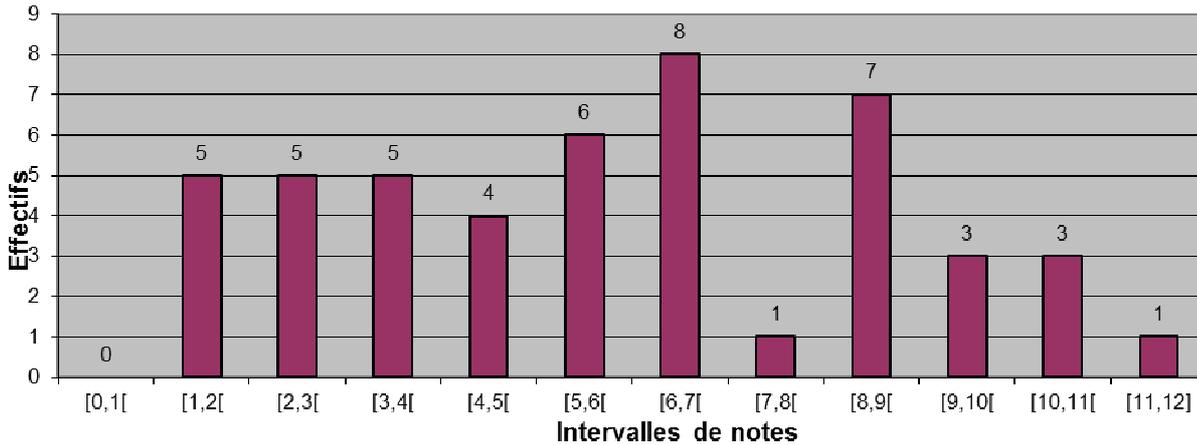
### Éléments statistiques



Intervalle de notes	[0,1[	[1,2[	[2,3[	[3,4[	[4,5[	[5,6[	[6,7[	[7,8[	[8,9[	[9,10[	[10,11[	[11,12]
Effectifs	0	12	15	27	37	59	87	60	49	56	33	14
Fréquences	0,00	0,03	0,03	0,06	0,08	0,13	0,19	0,13	0,11	0,12	0,07	0,03

Nombre de présents : 449      Premier quartile : 5,25      Moyenne : 6,8  
Nbre de notes éliminatoires : 0      Médiane : 6,75  
Troisième quartile : 8,75      Ecart type: 2,4

**CRPE troisième concours 2013-2 - Académie de Clermont-Ferrand**  
**Répartition des notes de l'épreuve écrite de mathématiques**



Intervalle de notes	[0,1[	[1,2[	[2,3[	[3,4[	[4,5[	[5,6[	[6,7[	[7,8[	[8,9[	[9,10[	[10,11[	[11,12]
Effectifs	0	5	5	5	4	6	8	1	7	3	3	1
Fréquences	0,00	0,10	0,10	0,10	0,08	0,13	0,17	0,02	0,15	0,06	0,06	0,02

**Nombre de présents :** 47      **Premier quartile :** 3,75      **Moyenne :** 5,8  
**Nombre de notes éliminatoires :** 0      **Médiane :** 5,75  
**Troisième quartile :** 8,75      **Ecart type :** 2,9

## Quelques Commentaires

Pour ce concours 2014 exceptionnel de recrutement des professeurs des écoles, nous avons eu pour l'externe 449 candidats qui se sont présentés à l'épreuve de mathématiques (pour mémoire 385 présents à la session 2013 et 306 à la session 2012) et 47 pour le troisième concours (pour mémoire 25 en 2013 et 12 en 2012). Les résultats sont nettement meilleurs que ceux de la session 2013 avec une moyenne de 6,8 pour le concours externe (4,7 en 2013). Notons qu'il n'y a eu aucune note éliminatoire et le jury mentionne de très bonnes copies voire excellentes correspondant à des candidats qui ont une maîtrise des connaissances et compétences des principaux éléments de mathématiques bien ancrée.

D'une manière générale, les candidats ont apparemment perçu l'importance d'une orthographe correcte. Toutefois, dans les questions qui requièrent une argumentation, la rédaction est, dans un nombre non négligeable de copies, décevante. La structuration de la démarche n'est pas toujours claire.

Les notes obtenues aux deux premiers exercices ont montré que la plupart des candidats maîtrisaient les critères de divisibilité, la proportionnalité et des notions géométriques pouvant être qualifiées d'élémentaires. La sélection s'est opérée sur des erreurs qui interrogent (quelques candidats expriment un volume en m<sup>2</sup>), sur une lecture incomplète de l'énoncé (la question 1 de l'exercice 1 portait sur la somme de numéros obtenus lors d'un lancer de deux dés) ou bien encore sur les inférences à mettre en œuvre (le critère de divisibilité par 9 étant connu, comment s'assurer qu'un nombre se divise par 81 ?).

L'erreur à ne pas commettre était d'énoncer une réponse sans justification : elle a été observée dans plusieurs copies. Rappelons qu'alors l'exercice est considéré comme non traité : le premier conseil à fournir aux candidats est de **justifier mathématiquement** la réponse à un exercice.

Cette remarque vaut d'ailleurs pour l'exercice 3, où des pseudo-démonstrations conduisaient à affirmer l'égalité de deux longueurs. Cet exercice a montré des candidats au fait du théorème de Pythagore, mais mis en difficulté lorsqu'il s'agit d'un traitement algébrique des données (plusieurs candidats affirment, par exemple, que  $\sqrt{25-x^2} = 5-x$ ).

Enfin, si la lecture d'une courbe ne pose que peu de problèmes, l'utilisation du tableur reste encore très peu maîtrisée.

# Corrigé de l'épreuve

Dans le corrigé ci-dessous des commentaires spécifiques à l'épreuve sont notés en italiques

## Exercice 1

Question	Corrigé																																																	
1	<p><b>Vrai.</b> On pourra par exemple construire un tableau des sommes de deux dés</p> <table border="1"> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> <td>12</td> </tr> </table> <p>La probabilité d'obtenir une somme paire est 18/36 La probabilité d'obtenir une somme impaire est 18/36</p> <p><i>Des erreurs de lecture ont conduit des candidats à considérer qu'il s'agissait du lancer d'un seul dé et que l'on considérait uniquement la parité du résultat. On retrouve également une confusion dans le calcul de la probabilité d'un chemin dans un arbre où des candidats additionnent au lieu de multiplier les probabilités rencontrées sur le chemin.</i></p>		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	8	3	4	5	6	7	8	9	4	5	6	7	8	9	10	5	6	7	8	9	10	11	6	7	8	9	10	11	12
	1	2	3	4	5	6																																												
1	2	3	4	5	6	7																																												
2	3	4	5	6	7	8																																												
3	4	5	6	7	8	9																																												
4	5	6	7	8	9	10																																												
5	6	7	8	9	10	11																																												
6	7	8	9	10	11	12																																												
2	<p><b>Faux.</b> Dans le triangle ABE, l'angle <math>\hat{B}</math> vaut <math>180^\circ - 120^\circ</math> soit <math>60^\circ</math> ; l'angle <math>\hat{E}</math> vaut <math>25^\circ</math> et donc l'angle <math>\hat{A}</math> vaut : <math>180^\circ - 60^\circ - 25^\circ</math> soit <math>95^\circ</math>.</p> <p><i>Exercice relativement bien réussi. En revanche beaucoup de temps a été perdu pour ceux qui ont entrepris de calculer tous les angles <math>\widehat{BAC}</math>, <math>\widehat{CAD}</math> et <math>\widehat{DAE}</math>.</i></p>																																																	
3	<p><b>Vrai.</b> 1<sup>ère</sup> méthode : calcul du débit à partir de la donnée de 125 L en 2 min 30 s et comparaison 2<sup>ème</sup> méthode : calcul de la durée de remplissage à partir du débit de 3 m<sup>3</sup>/h et comparaison</p> <p><i>Grande diversité de méthode au niveau de la proportionnalité: tableau de proportionnalité, produits en croix, multiplication par 24,...</i></p>																																																	
4	<p><b>Vrai.</b> Par exemple 999 999 999. Justifications possibles :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>999\,999\,999 = 9 \times 111\,111\,111</math> et utilisation du critère de divisibilité par 9</li> <li>- Calcul du quotient de la division euclidienne par 81</li> </ul> <p><i>Quelques confusions entre la notion de multiple et de diviseur. Une justification souvent insuffisante.</i></p>																																																	

## Exercice 2

Question	Corrigé
1a	3 - 10 - 5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1 - 4 - 2
1b	5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1 - 4 - 2 - 1 - 4
1c	6 - 3 - 10 - 5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1 - 4
1d	Il semblerait que les suites de Syracuse, à partir d'un rang variable, soient périodiques de

	période 4 - 2 - 1
2a	<b>3</b> - 10 - ... <b>20</b> - 10 - ...
2b	<p>1<sup>ère</sup> méthode : Si <math>b</math> est le 2<sup>ème</sup> terme de la suite, le 1<sup>er</sup> terme est soit <math>2b</math> soit <math>(b - 1)/3</math>. Il n'y a donc qu'au plus deux 1<sup>ers</sup> termes possibles pour un second terme donné.</p> <p>2<sup>ème</sup> méthode : démonstration par l'absurde. Supposons que cela soit possible. Désignons par <math>a</math>, <math>b</math> et <math>c</math> les trois premiers termes, <math>a</math>, <math>b</math> et <math>c</math> étant différents 2 à 2. Un entier ne pouvant être que pair ou impair, deux de ces entiers (au moins) ont même parité. Supposons que ce soient <math>a</math> et <math>b</math>.</p> <p>Si <math>a</math> et <math>b</math> sont tous les deux pairs, les 2<sup>èmes</sup> termes étant égaux on a : <math>\frac{a}{2} = \frac{b}{2}</math> d'où <math>a = b</math>. Contradiction.</p> <p>Supposons que <math>a</math> et <math>b</math> soient tous les deux impairs, on a <math>3a + 1 = 3b + 1</math> d'où <math>a = b</math>. Contradiction.</p> <p><i>La question a) n'a pas posé de problème. En revanche la question suivante nécessitant une argumentation construite (comme dans la question suivante) se réduit souvent à une explication (parfois évasive) qui se ramène en fait à "on voit qu'il n'y a que deux cas possibles donc il n'y a que deux suites".</i></p> <p><i>Très peu de candidats partent du second terme pour essayer de montrer qu'en remontant le programme de calcul, on aboutit qu'à deux solutions possibles.</i></p>
3	<p>Non, un nombre impair ne peut pas être suivi par un nombre impair. En effet, tout nombre impair peut s'écrire sous la forme <math>2n+1</math>. Son successeur sera <math>3(2n+1)+1 = 6n+4 = 2(3n+2)</math>. Ce successeur est donc pair.</p> <p><i>Le passage au calcul littéral a été utilisé massivement mais les candidats ne sont pas allés au bout du raisonnement ne justifiant pas par exemple pourquoi « le produit d'un nombre impair par trois est un nombre impair ».</i></p>

### Exercice 3

Question	Corrigé
1	<p><u>Si C est distinct de A et de O :</u></p> <p>1<sup>er</sup> méthode : CDEF est un rectangle donc les triangles CDO et OEF sont rectangles et <math>CD = EF</math>. D et E appartiennent au demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] donc <math>OD = OE</math>. D'après le théorème de Pythagore, les 3<sup>èmes</sup> côtés sont égaux : <math>OC = OF</math>.</p> <p>2<sup>er</sup> méthode : D et E appartiennent au demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] donc <math>OD = OE</math>. Donc O appartient à la médiatrice de [DE], qui est aussi la médiatrice de [CF] (propriété des côtés opposés d'un rectangle) donc <math>OC = OF</math>.</p> <p><u>Traitement des cas particuliers C=O et C=A.</u> Si C=O, alors D=E et F=O. Donc <math>OC=0=OF</math> Si C=A, alors D=A, E=B et F=B. Donc <math>OC=5=OF</math></p> <p><i>Très peu de copies contiennent une argumentation complète. Le jury rappelle qu'il est inutile d'employer la méthode qu'on pourrait appeler de diversion consistant à remplir une demi-page de constatations avant de conclure abruptement. De nombreuses confusions dans les notations et vocabulaire de base ( ex: <math>[OA]=[OE]</math>, <math>[OA] = 3cm</math>, les segments sont parallèles (ou perpendiculaires), confusion entre milieu et centre, utilisation de OA pour désigner indifféremment une longueur, un segment ou une droite)</i></p> <p><i>Les candidats ayant mis en œuvre le théorème de Pythagore en ont en général une bonne maîtrise.</i></p>
2	Plus petite valeur : $OC = 0$ cm

	Plus grande valeur : OC = 5 cm
3	<p>Si OC = 3 cm, la longueur CF du rectangle mesure 2 × 3 cm = 6 cm.          Pour calculer la longueur CD du rectangle, nous pouvons utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OCD. On trouve pour la mesure de CD :</p> $\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$ <p>Périmètre :  <math>2 \times (4 + 6) \text{ cm} = 20.</math>          Aire :  <math>4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2</math></p>
4a	Application directe du théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OCD.
4b	<p>Périmètre (en cm) : <math>4x + 2\sqrt{25 - x^2}</math>          Aire (en cm<sup>2</sup>) : <math>2x \cdot \sqrt{25 - x^2}</math></p> <p><i>Trop de copies comportent une erreur du type <math>\sqrt{25 - x^2} = \sqrt{25} - \sqrt{x^2} = 5 - x</math></i></p>
4c	<p>Le problème se met en équation :  <math>2x = \sqrt{25 - x^2}</math></p> <p>On obtient <math>x = \sqrt{5}</math>          Aire : 20 cm<sup>2</sup></p>
	Périmètre : $8\sqrt{5}$ cm
5a	Dans les formules (4b), si x = 0, le périmètre est égal à 10 cm, l'aire à 0 cm <sup>2</sup> . L'aire est représentée par la courbe (C <sub>1</sub> ), le périmètre par la courbe (C <sub>2</sub> ).
5b	D'après le graphique il semble que ce soit faux, le maximum de l'aire étant atteint pour une valeur de x inférieure à celle correspondant au maximum du périmètre.
6a	$= 4 \cdot A^2 + 2 \cdot \text{RACINE}(25 - A^2)$
6b	$= 2 \cdot A^2 \cdot \text{RACINE}(25 - A^2)$
6c	$4,4 < x_1 < 4,6$