

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

HYGIÈNE ET ENVIRONNEMENT

SESSION 2011

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages dont une page de garde, une page "formulaire de mathématiques" et une page "formulaire de sciences physiques".

Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

Barème :

- Mathématiques : 15 points
- Sciences physiques : 5 points

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999 BOEN n°42).

Baccalauréat professionnel Hygiène et Environnement - SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
1106-HE ST B	2 H 00	2	1/9

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 (4 points)

Pour évaluer l'activité des bactéries provenant d'un des bassins d'une station d'épuration, on mesure l'évolution, au cours du temps, de la concentration en oxygène d'un échantillon prélevé dans le bassin. Le relevé des mesures est donné dans le tableau ci-dessous.

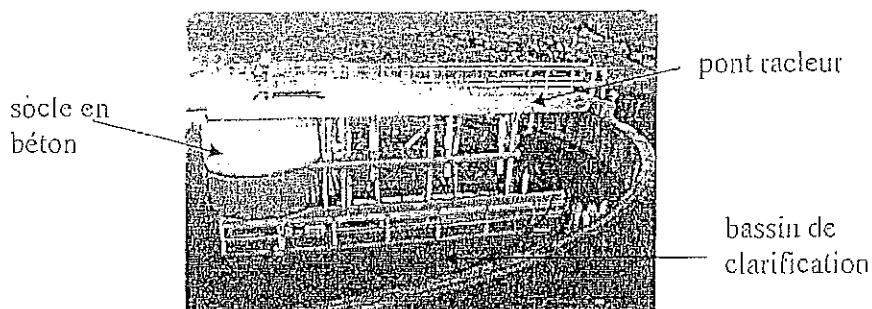
date x_i (en s)	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
concentration en oxygène y_i (en g/L)	5,60	5,80	5,20	4,40	4,00	3,70	3,50	2,90	2,40	2,00

1. Compléter le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) dans le plan rapporté au repère de l'annexe 1 (à rendre avec la copie).
2. Calculer les coordonnées (\bar{x}, \bar{y}) du point moyen G du nuage de points.
3. Placer le point G en annexe 1.
4. On choisit comme droite d'ajustement de ce nuage de points la droite (AG) où A est le point de coordonnées $(60 ; 5,75)$. Placer le point A, en annexe 1, puis tracer la droite d'ajustement (AG).
5. On suppose que l'évolution constatée de la concentration en oxygène se poursuit jusqu'à la date $t = 700$ s. Prévoir, à l'aide de la droite d'ajustement, la date à laquelle la concentration en oxygène sera 1 g/L. Rédiger la réponse à l'aide d'une phrase et laisser apparents les traits utiles à la lecture.

EXERCICE 2 (11 points)

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le mètre et l'unité de volume le mètre cube.

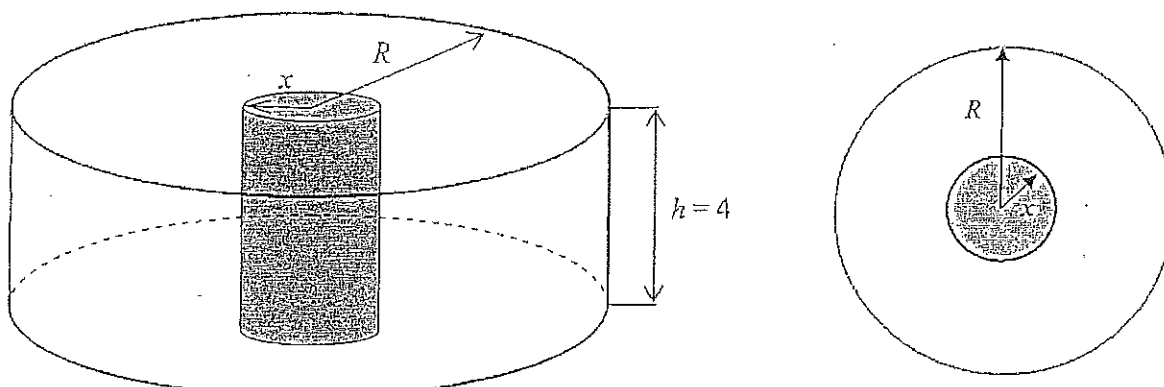
Le clarificateur d'une station d'épuration se compose d'un bassin de clarification cylindrique au centre duquel se trouve un socle cylindrique en béton sur lequel est fixé le pont racleur.



Baccalauréat professionnel Hygiène et Environnement - SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
1106-HE ST B	2 H 00	2	2/9

Le bassin de clarification et le socle en béton ont une hauteur h égale à 4 mètres.

Le rayon du bassin de clarification est noté R et celui du socle en béton est noté x .



Vue de dessus du bassin de clarification

Des contraintes de fabrication du clarificateur imposent $R = 10x - 1$ avec x appartenant à l'intervalle $[0,3 ; 1,1]$.

Le but de cet exercice est de déterminer les valeurs de x qui permettent d'obtenir un volume utile du bassin de clarification compris entre 900 m^3 et $1\,000 \text{ m}^3$.

Dans tout l'exercice, prendre pour π la valeur 3.

1. Étude du cas particulier où $x = 0,7$

1.1 Calculer l'aire A_1 de la base du socle en béton puis en déduire son volume V_1 . Arrondir le résultat au dixième.

1.2 En respectant la contrainte de fabrication imposée, calculer R puis en déduire que le volume V_2 du bassin de clarification (sans tenir compte du socle en béton) est 432 m^3 .

1.3 En déduire le volume utile V du bassin de clarification. Arrondir le résultat à l'unité.

1.4 La valeur $x = 0,7$ permet-elle d'obtenir un volume utile du bassin de clarification compris entre 900 m^3 et $1\,000 \text{ m}^3$?

2 Étude du cas général

2.1 Exprimer le volume $V_1(x)$ du socle en béton en fonction de x .

2.2 Montrer que l'expression du volume $V_2(x)$ du bassin de clarification (sans tenir compte du socle en béton) en fonction de x est $V_2(x) = 1\,200x^2 - 240x + 12$.

2.3 En déduire que le volume utile $V(x)$ du bassin de clarification s'exprime en fonction de x par la relation $V(x) = 1\,188x^2 - 240x + 12$.

Baccalauréat professionnel Hygiène et Environnement - SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
1106-HE ST B	2 H 00	2	3/9

3 Étude d'une fonction numérique

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 1,1]$ par $f(x) = 1\,188x^2 - 240x + 12$.

On note C_f sa courbe représentative, dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2 (à rendre avec la copie).

- 3.1 Calculer $f'(x)$, où f' est la fonction dérivée de la fonction f .
- 3.2 Résoudre l'équation $f'(x) = 0$. On note x_0 la solution de cette équation. Donner la valeur arrondie de x_0 au dixième.
- 3.3 Compléter, en annexe 2, le tableau de variation de la fonction f .
- 3.4 Compléter, en annexe 2, le tableau de valeurs de la fonction f . Arrondir les résultats à l'unité.
- 3.5 Compléter, en annexe 2, le tracé de la courbe C_f .
- 3.6 Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle $f(x) = 900$. Laisser les traits de construction apparents.
- 3.7 On admet que l'équation $f(x) = 900$ peut s'écrire $297x^2 - 60x - 222 = 0$.
 - 3.7.1 Résoudre l'équation $297x^2 - 60x - 222 = 0$. Arrondir les solutions au centième.
 - 3.7.2 En déduire la solution à retenir sur l'intervalle $[0 ; 1,1]$.

4 Exploitation graphique de l'étude de la fonction

Les responsables de la station d'épuration souhaitent que le bassin de clarification ait un volume utile compris entre 900 m^3 et 1000 m^3 .

- 4.1 Déterminer graphiquement les valeurs du rayon du socle en béton qui permettent de satisfaire au souhait des responsables de la station d'épuration. Présenter la réponse à l'aide d'une phrase. Laisser apparents les traits utiles à la lecture graphique.

Baccalauréat professionnel Hygiène et Environnement - SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
1106-HE ST B	2 H 00	2	4/9

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 3 (3 points)

Une pompe dont le débit volumique est $300 \text{ m}^3/\text{h}$ permet d'aspirer les eaux usées du bassin d'aération vers le clarificateur d'une station d'épuration.

Le rayon de la tubulure de refoulement est 6 cm .

1. Convertir le débit volumique Q_v de la pompe en m^3/s . Arrondir le résultat au millième de m^3/s .
2. Calculer, en m^2 , l'aire de la section de la tubulure de refoulement. Arrondir le résultat au millième de m^2 .
3. Calculer, en m/s , la vitesse des eaux usées à la sortie de la tubulure de refoulement. Arrondir le résultat au centième de m/s .

EXERCICE 4 (2 points)

La décantation qui se fait dans le clarificateur d'une station d'épuration permet de séparer l'eau épurée et les boues qui seront en partie traitées. La méthanisation est un bioprocédé, permettant de traiter les boues de stations d'épuration. Elle aboutit à la production de méthane de formule brute CH_4 .

Une des réactions possibles est : $\text{CH}_3\text{COOH} \rightarrow \text{CH}_4 + \text{CO}_2$

Molécule 1

1. La formule semi-développée de la molécule 1 est $\text{CH}_3 - \text{C} \begin{array}{l} \text{// O} \\ \text{\ / OH} \end{array}$.

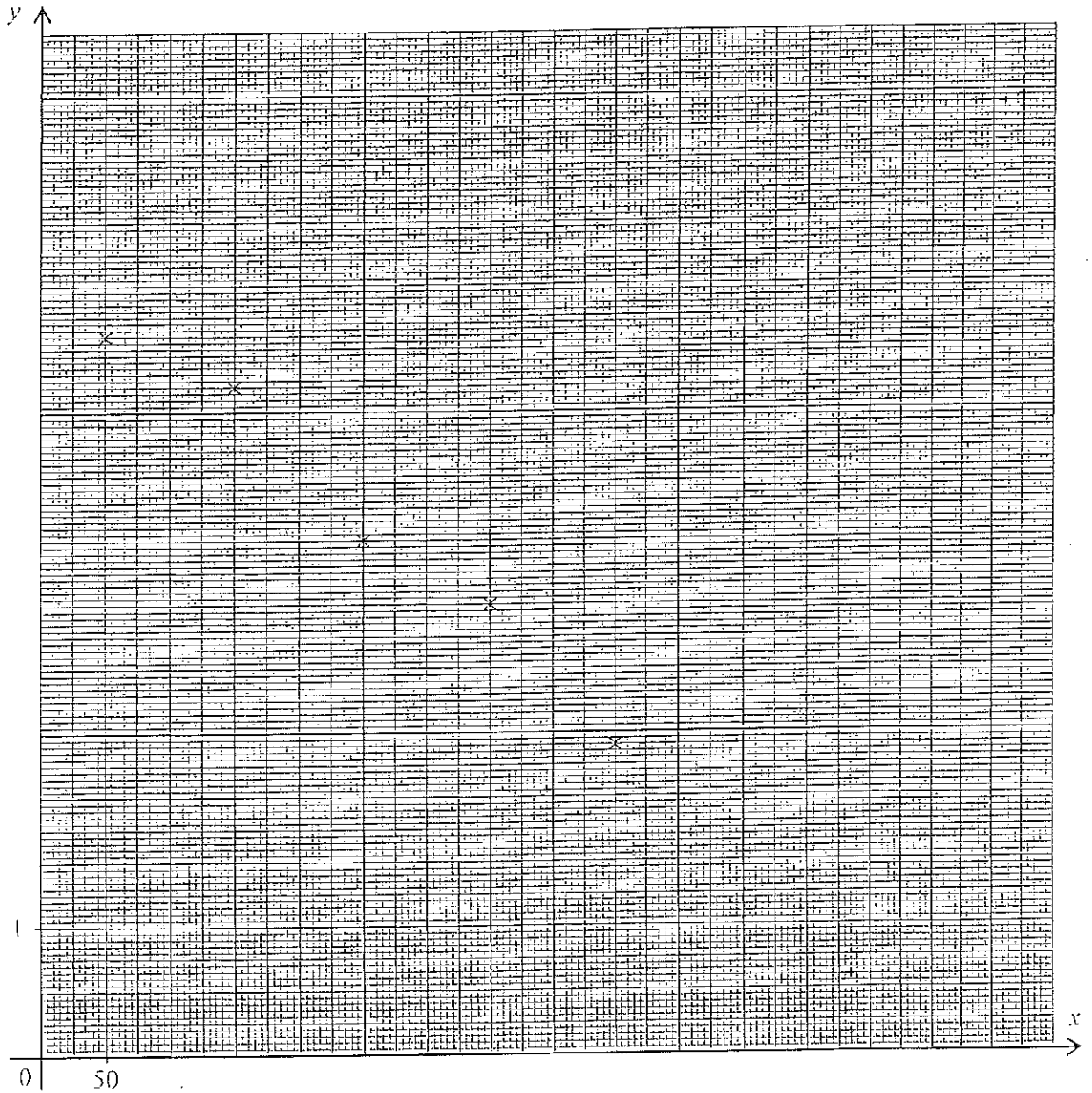
Recopier la formule semi-développée de la molécule 1 sur la copie. Entourer et nommer le groupe fonctionnel qui y figure.

2. Le méthane est un combustible utilisé dans certaines villes pour le fonctionnement des bus urbains.

Une station d'épuration produit $1\,500 \text{ m}^3$ de méthane par jour. Sachant que 1 m^3 de méthane libère une énergie de $9,90 \text{ kWh}$, déterminer si le volume de méthane produit par la station d'épuration est suffisant pour le fonctionnement de 4 bus urbains dont la consommation totale est $3\,778 \text{ kWh}$. Justifier la réponse.

Baccalauréat professionnel Hygiène et Environnement - SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
1106-HE ST B	2 H 00	2	5/9

ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)



Baccalauréat professionnel Hygiène et Environnement - SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
1106-HE ST B	2 H 00	2	6/9

ANNEXE 2 (À rendre avec la copie)

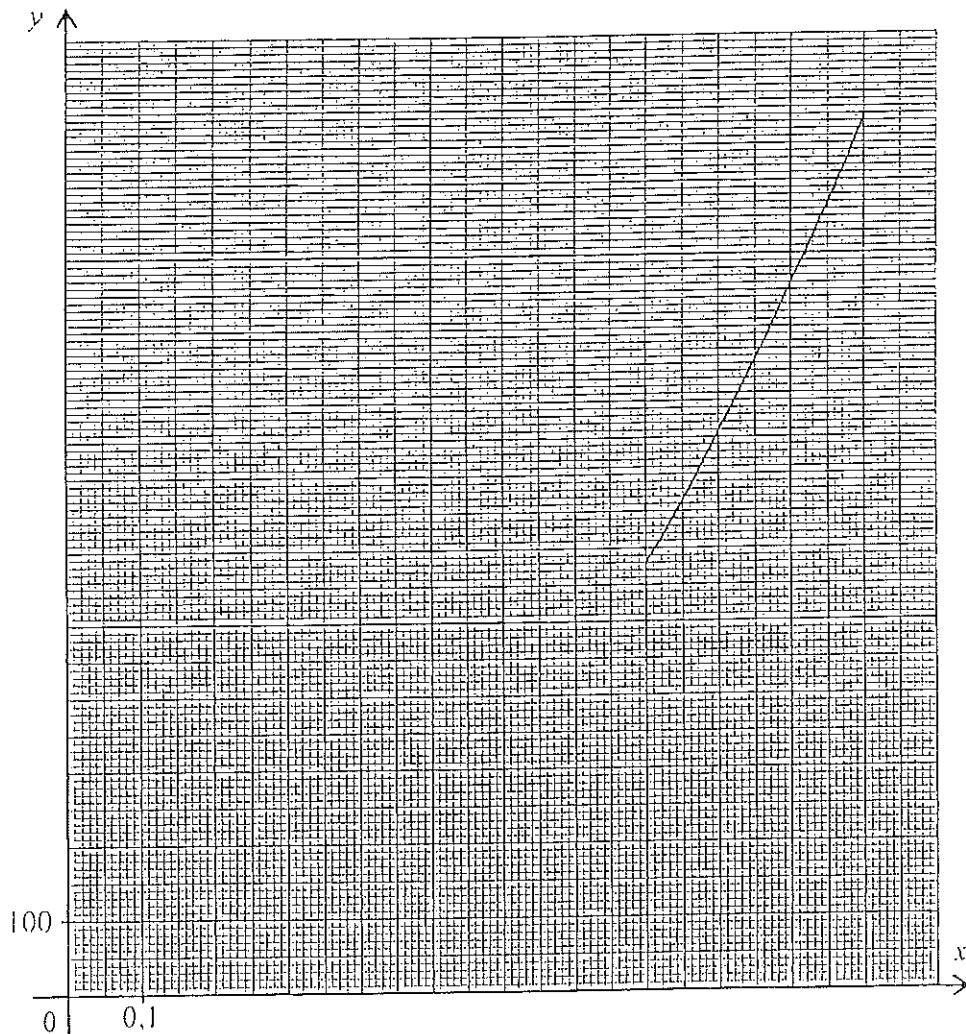
Tableau de variation de la fonction f

x	0	x_0	1,1
signe de $f'(x)$			
variation de la fonction f			

Tableau de valeurs de la fonction f

x	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
$f(x)$						580

Représentation graphique de la fonction f



Baccalauréat professionnel Hygiène et Environnement - SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
1106-HE ST B	2 H 00	2	7/9

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
SECTEUR INDUSTRIEL : Chimie - Énergie

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$
$u(x) v(x)$	$u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Équation du second degré

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Statistiques

Effectif total : $N = \sum_{i=1}^p n_i$

Moyenne : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance : $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Écart type : $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q} \quad ; (q \neq 1)$$

Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

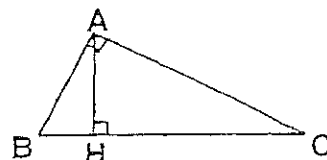
$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

Équations différentielles

$$y' - ay = 0 \quad y = k e^{ax}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \quad ; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \quad ; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou Prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou Pyramide d'aire de base B

et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3} Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

$$* \int_a^b (f + g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$$

$$* \int_a^b kf(t)dt = k \int_a^b f(t)dt$$

Baccalauréat professionnel Hygiène et Environnement - SUJET

Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
1106-HE ST B	2 H 00	2	8/9

