

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
ESTHETIQUE / COSMETIQUE – PARFUMERIE
SESSION 2011

Epreuve Scientifique et Technique E1

Sous-épreuve B1 – Unité 12

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Le sujet comporte deux parties :

- **Partie mathématiques :**
 - **exercice n°1 : suites numériques et fonctions numériques** **9 points**
 - **exercice n°2 : séries statistiques à une variable** **6 points**

- **Partie sciences :**
 - **exercice n°3 : optique (lumière et couleur)** **1,5 point**
 - **exercice n°4 : matériaux organiques (polycondensation)** **3,5 points**

Les annexes 1, 2 et 3 sont à rendre avec la copie d'examen.

Un formulaire de mathématiques est joint au sujet page 2 et des rappels de relations non exigibles peuvent être donnés dans certains exercices de mathématiques et/ou de sciences physiques.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant l'épreuve est interdit.

Baccalauréat Professionnel Esthétique / Cosmétique – Parfumerie – SUJET		
Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106 ECP ST 12		Page : 1/10

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Esthétique/Cosmétique-Parfumerie

Fonction f

$$f(x)$$

$$ax + b$$

$$x^2$$

$$x^3$$

$$\frac{1}{x}$$

$$u(x) + v(x)$$

$$a u(x)$$

Fonction dérivée f'

$$f'(x)$$

$$a$$

$$2x$$

$$3x^2$$

$$-\frac{1}{x^2}$$

$$u'(x) + v'(x)$$

$$a u'(x)$$

Statistiques

$$\text{Effectif total : } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

$$\text{Moyenne : } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance : } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type : } \sigma = \sqrt{V}$$

Logarithme népérien : \ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Aires dans le plan

$$\text{Trapèze : } \frac{1}{2}(B + b)h$$

$$\text{Disque : } \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : volume = Bh .

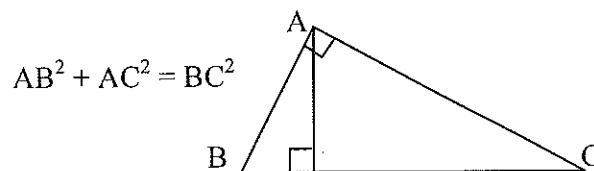
Sphère de rayon R :

$$\text{aire} = 4\pi R^2 \quad \text{volume} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base B

et de hauteur h : volume = $\frac{1}{3}Bh$

Relations métriques dans le triangle rectangle



$$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} ; \cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} ; \tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Valeur acquise par une suite d'annuités constantes

V_n : valeur acquise au moment du dernier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$$V_n = a \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

Valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes

V_0 : valeur actuelle une période avant le premier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$$V_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

Baccalauréat Professionnel Esthétique / Cosmétique – Parfumerie – SUJET		
Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106 ECP ST 12		Page : 2/10

PARTIE MATHÉMATIQUES (15 Points)

EXERCICE 1 : suites numériques et fonctions numériques

9 points

On étudie deux gels antiseptiques pour l'élimination des bactéries présentes sur les mains d'une cliente. On considère que la désinfection est efficace lorsqu'elle répond à la **contrainte** : le nombre de bactéries encore présentes doit être inférieur à 50.

Partie A : utilisation d'un premier gel hydro-alcoolique avec une première modélisation

On estime que le premier gel hydro-alcoolique provoque une destruction de 40 % des bactéries toutes les minutes.

Soit u_1 le nombre de bactéries restant après la première minute.

Soit u_2 le nombre de bactéries restant après la deuxième minute.

Soit u_3 le nombre de bactéries restant après la troisième minute.

.../...

Soit u_n le nombre de bactéries restant après la $n^{\text{ième}}$ minute.

- 1) On prend $u_1 = 9\,000$.
Calculer u_2 et u_3 .
- 2) On admet que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,6.
 - a) Vérifier l'affirmation ci-dessus pour les premiers termes u_1, u_2 et u_3 .
 - b) Exprimer u_n en fonction de n .
 - c) Calculer u_8 . *Arrondir le résultat à l'unité.*
- 3) En déduire le nombre de bactéries restant après la huitième minute.
- 4)
 - a) En utilisant les propriétés de la fonction logarithme, résoudre l'équation d'inconnue n telle que : $9\,000 \times 0,6^{n-1} = 50$.
Arrondir le résultat au centième.
 - b) En déduire le temps nécessaire, en minute, pour que la désinfection soit considérée comme satisfaisante et réponde à la **contrainte**.

Partie B : utilisation d'un second gel hydro-alcoolique avec une deuxième modélisation

On étudie l'évolution du nombre de bactéries présentes sur les mains de la cliente et traitée avec la seconde solution hydro-alcoolique. Cette solution se présente sous forme de gel.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 14]$ par : $f(x) = 15\,000 e^{-0,5x}$.

- 1) Soit f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 14]$.
On admet que $f'(x) = -7\,500 e^{-0,5x}$ et que $e^{-0,5x}$ est un nombre réel strictement positif.
 - a) En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 14]$.
 - b) Compléter le tableau de variation de la fonction f en **annexe 1**, à rendre avec la copie.

Baccalauréat Professionnel Esthétique / Cosmétique – Parfumerie – SUJET		
Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106 ECP ST 12	Page : 3/10	

- 2) Compléter le tableau de valeurs sur l'annexe 1. *Arrondir les résultats à l'unité.*
- 3) Soit \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f , dans le repère défini sur le papier semi-logarithmique de l'annexe 2 à rendre avec la copie, en prenant pour unité graphique en abscisses 1 cm pour 1 unité.

Certains points de \mathcal{C} sont déjà placés dans ce repère.

Compléter le tracé de \mathcal{C} sur l'annexe 2.

- 4) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = 50$.
Laisser les traits de détermination graphique apparents.
- 5) On suppose que le nombre N de bactéries présentes sur les mains traitées avec le deuxième gel hydro-alcoolique après une durée t vaut approximativement $15\,000 e^{-0,5 t}$, *en arrondissant le résultat à l'unité.*

Déterminer, à partir du tracé de la courbe \mathcal{C} , la durée t exprimée en minute, nécessaire à ce produit pour que la désinfection soit considérée comme satisfaisante et réponde à la **contrainte**.

EXERCICE 2 : séries statistiques à une variable

6 points

Partie A : étude statistique sur un lot de 50 produits colorants

Une étude statistique comparative, porte sur le temps d'application de 50 produits colorants différents pour cheveux.

Le tableau, en annexe 3 à rendre avec la copie, donne le nombre de produits en fonction du temps d'application.

- 1) Compléter le tableau statistique, en annexe 3.
- 2) Calculer le pourcentage de produits colorants dont le temps d'application est compris entre 25 et 35 minutes.
- 3) On suppose que chaque classe peut être représentée par son centre.
La méthode est laissée au choix du candidat pour calculer sur cette distribution :
- le temps moyen \bar{x} d'application ;
 - l'écart-type σ . *Arrondir le résultat au dixième.*

Baccalauréat Professionnel Esthétique / Cosmétique – Parfumerie – SUJET		
Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106 ECP ST 12		Page : 4/10

Partie B : étude statistique complète sur un lot de produits colorants

Une étude statistique complète donne les résultats suivants : $\bar{x} = 26,5$ et $\sigma = 5,5$.

On admet qu'un lot est acceptable si plus de 65 % des effectifs appartient à l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$ où \bar{x} désigne la moyenne de cette série et σ son écart type.

- 1) Déterminer l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$.
- 2) Le plan est rapporté à un repère orthogonal donné en **annexe 3**. Le polygone des fréquences cumulées croissantes (FCC) en pourcentage est représenté dans ce repère.
On suppose que les valeurs sont uniformément réparties sur chacune des classes.
Déterminer graphiquement le pourcentage de produits colorants appartenant à cet intervalle.
Laisser les traits de détermination graphique apparents.
- 3) Le lot est-il jugé acceptable ?

Baccalauréat Professionnel Esthétique / Cosmétique – Parfumerie – SUJET		
Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106 ECP ST 12		Page : 5/10

PARTIE SCIENCES (5 points)

Pour chaque exercice, les valeurs numériques et les formules pouvant être utilisées sont données à la fin de l'énoncé.

EXERCICE 3 : optique (lumière et couleur)

1,5 point

Virginie, esthéticienne, possède une lampe pour stériliser le matériel de son institut (**figure 1**).

Pour obtenir une destruction convenable, le temps d'irradiation doit être au moins de 15 minutes pour la surface exposée. Cette lampe émet une radiation de fréquence :

$$f = 1,13 \cdot 10^{15} \text{ Hz.}$$

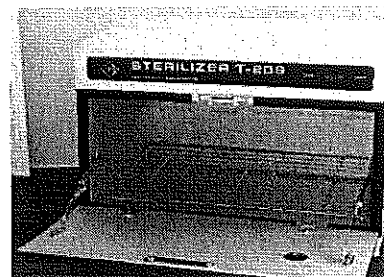


Figure 1

- 1) Calculer la longueur d'onde λ , en mètre, émise par cette radiation. Le résultat sera donné sous la forme $a \times 10^{-7}$ où a est un nombre réel *arrondi au dixième*.
- 2) Convertir cette longueur en nanomètre (nm).
- 3) En utilisant les informations de la **figure 2** ci-dessous, nommer le type de cette radiation.

Figure 2 : Longueurs d'onde des principales radiations

200	280	320	400	440	495	570	590	620	780	1 500	3 000	20000	λ (nm)
UV.C	UV.B	UV.A	Violet	Bleu	Vert	Jaune	Orange	Rouge	IR.A	IR.B	IR.C		

Formules	Unités et données
<ul style="list-style-type: none"> • $\lambda = \frac{c}{f}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • λ en mètre (m) • c célérité de la lumière dans l'air : $c = 3 \times 10^8$ m/s • f en hertz (Hz)

EXERCICE 4 : matériaux organiques (polycondensation)

3,5 points

Virginie est très consciencieuse et pratique l'hygiène des mains par friction hydro-alcoolique, qui est devenue d'ailleurs une procédure recommandée par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS).

Pour désinfecter les mains et tuer les bactéries, les virus et les microbes, on utilise une solution hydro-alcoolique (figure 3).

On se propose d'étudier ici la nature de l'alcool contenu dans la solution hydro-alcoolique.



Figure 3

- 1) Une solution hydro-alcoolique est composée d'un alcool, d'un agent antibactérien et de l'eau.
 - a) Ecrire la formule brute de la molécule donnée dans la figure 4.
 - b) Donner son nom.
 - c) Calculer sa masse molaire moléculaire en g/mol.

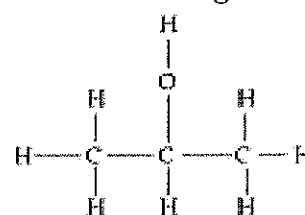


Figure 4 :
Formule développée
d'un alcool

- 2) La synthèse de cet alcool, qui porte aussi le nom d'isopropanol est due à l'hydratation indirecte d'un alcène, représenté sur la figure 5, par l'acide sulfurique.

- a) La boule noire symbolise le carbone et la boule blanche l'hydrogène. Ecrire la formule semi-développée de cet alcène.
- b) Donner le nom cet alcène.
- c) Calculer la masse molaire moléculaire de l'alcène en g/mol.
- d) Recopier et compléter l'équation bilan de la réaction de synthèse de l'isopropanol en vous appuyant les données du texte :

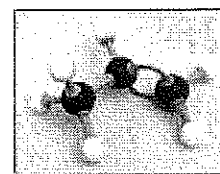
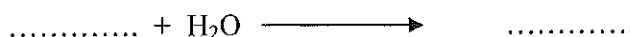


Figure 5 :
Représentation de Lewis
d'un alcène



- 3) Pour fabriquer cet alcool, on utilise 1,5 kg de propène et de l'eau en excès.
 - a) En déduire la masse de propène en gramme.
 - b) Vérifier que la quantité d'isopropanol produite, arrondie à l'unité, est de 36 moles.
 - c) Calculer la masse de cet alcool ainsi produite en gramme.

Données	Formules	Unités
<ul style="list-style-type: none">• $M(\text{H}) = 1 \text{ g/mol}$• $M(\text{C}) = 12 \text{ g/mol}$• $M(\text{O}) = 16 \text{ g/mol}$	<ul style="list-style-type: none">• $n = \frac{m}{M}$• Alcène + eau \longrightarrow alcool	<ul style="list-style-type: none">• m en g• M en g/mol• n en mol

ANNEXE 1 à rendre avec la copie

EXERCICE 1 : fonctions numériques

- Tableau de valeurs

Valeurs de x	1	2	3	4	5	6	7	8	10	13	14
Valeurs de $f(x)$ <i>arrondies à l'unité</i>		5 518	3 347		1 231	747	453	275		23	14

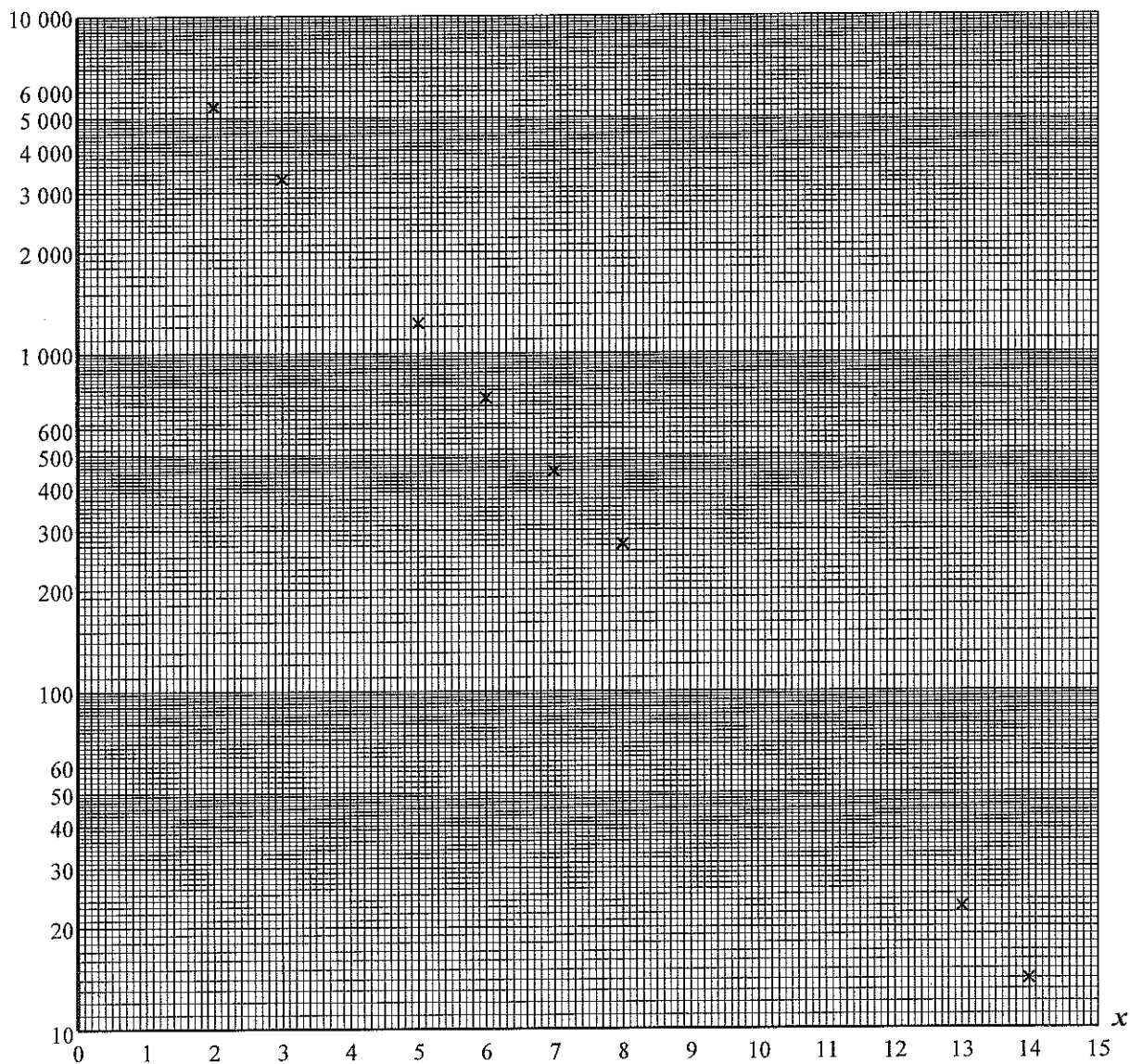
- Tableau de variation

Valeurs de x	1	14
Signe de $f'(x)$		
Variation de la fonction f		

ANNEXE 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 1 : fonctions numériques (suite)

- Courbe représentative



ANNEXE 3 à rendre avec la copie

EXERCICE 2 : séries statistiques à une variable

- Tableau statistique

Temps (min)	Effectifs	Fréquences (exprimées en %)	Fréquences cumulées croissantes (exprimées en %)
[10 ; 15 [2		4
[15 ; 20 [5	10	14
[20 ; 25 [11		
[25 ; 30 [40	
[30 ; 35 [12	24	100
Total	N = 50	100	

- Polygone des fréquences cumulées croissantes (en pourcentage)

