BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL AÉRONAUTIQUE 1106-AER ST B

- Mécanicien, systèmes - cellule
- Mécanicien, systèmes – avionique

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL TECHNICIEN AÉROSTRUCTURE 1106-TA ST 11

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

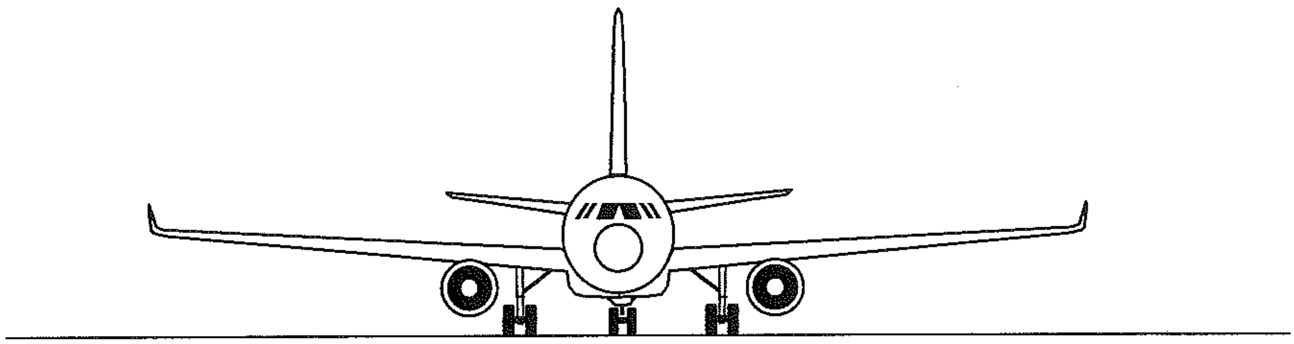
Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

Dans cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

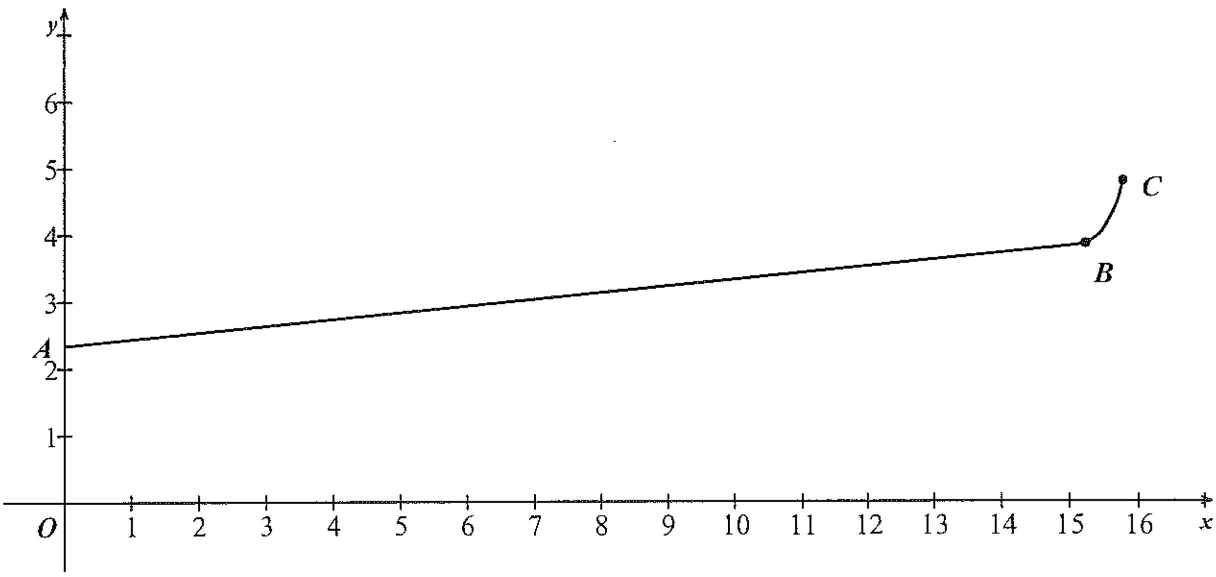
MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : (10 points)

Un winglet est une ailette située au bout des ailes d'un avion et qui permet de réduire la traînée induite par la portance sans augmenter l'envergure de l'aile. Pour des raisons aérodynamiques, le raccordement entre l'aile et le winglet se fait de façon tangentielle.



Le schéma ci-dessous représente le profil inférieur de l'aile d'un avion dans le repère orthonormé $(O\,;\,Ox,\ Oy)$. Ce profil est modélisé par le segment de droite $[AB]$ de coefficient directeur 0,1 et l'arc $\overset{\frown}{BC}$.



L'objet de l'exercice est d'étudier le raccordement au point B entre le winglet et l'aile, de construire précisément le profil et de calculer la hauteur du winglet.

L'arc $\overset{\frown}{BC}$ est une portion de la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[14\ ;\ 16]$ par $f(x) = 2x^3 - 90x^2 + 1350x - 6746{,}2$

Partie A : étude de la fonction f

1. **Etude de la dérivée**

   a. Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

   b. Vérifier que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $f'(x) = 6(x-15)^2$

   c. En déduire le signe de la dérivée.

   d. Compléter le tableau de variation de la fonction f situé en **annexe page 5/6**.

2. **Représentation graphique**

   a. Compléter le tableau de valeurs donné en **annexe page 5/6**. Arrondir au dixième.

   b. Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère donné en **annexe page 5/6**.

Partie B : raccordement de l'arc $\overset{\frown}{BC}$ et du segment $[AB]$

1. **Coordonnées du point B**

   a. Expliquer pourquoi l'abscisse x_B du point B vérifie la relation : $f'(x_B) = 0{,}1$

   b. Montrer que l'équation $f'(x) = 0{,}1$ est équivalente à : $6x^2 - 180x + 1349{,}9 = 0$

   c. Résoudre l'équation $6x^2 - 180x + 1349{,}9 = 0$. Arrondir les solutions au centième.

   d. On admet que l'abscisse du point B, arrondie au dixième, est égale à 15,1.

   Calculer l'ordonnée du point B, arrondie au dixième.

2. **Tangente à la courbe de f au point B**

   a. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point B

On rappelle qu'une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x_0 est : $$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

   b. Tracer cette tangente dans le repère donné en **annexe page 5/6**.

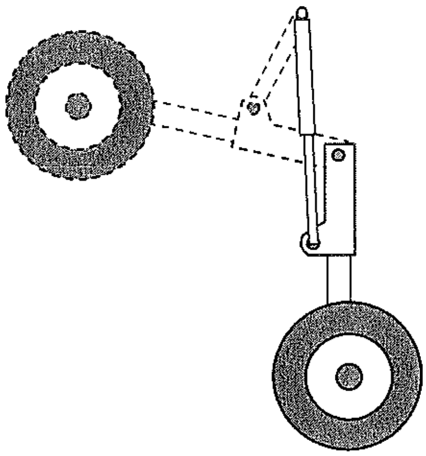
Partie C : profil de l'aile et hauteur du winglet

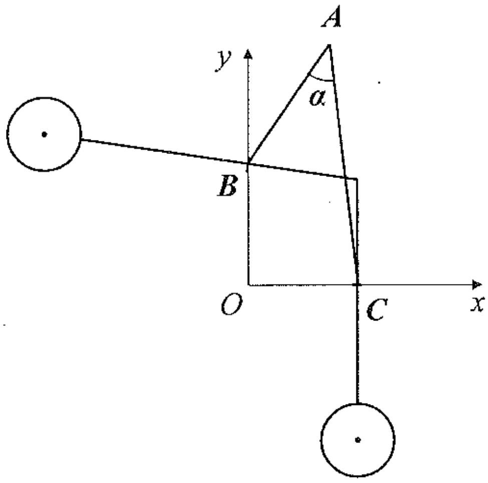
On admet que le point C a pour abscisse 15,8.

1. Mettre en évidence, dans le repère donné en **annexe page 5/6**, le profil de l'aile et le winglet.
2. Calculer la hauteur du winglet.

EXERCICE 2 : (5 points)

Le train avant d'un A380 est schématisé ci-dessous :





Le schéma n'est pas à l'échelle.

Le segment $[AC]$ représente le vérin en position « train sorti » et le segment $[AB]$ le vérin en position « train rentré ».
Dans le repère orthonormé $(O\ ;\ Ox,\ Oy)$, d'unité 1 m, les coordonnées des points A, B et C sont respectivement $(0{,}8\ ;\ 2)$, $(0\ ;\ 1{,}2)$ et $(1{,}1\ ;\ 0)$.

Le but du problème est de déterminer l'allongement ($AC - AB$) et le débattement α du vérin.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. Déduire les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Arrondir au millième.

3. Donner l'allongement du vérin, arrondi au centième.

4. **a.** Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

b. En utilisant une autre expression du produit scalaire calculer $\cos \alpha$. Arrondir au millième.

c. En déduire la mesure en degré de l'angle α. Arrondir au dixième.

SCIENCES (5 points)

Cet exercice a pour but d'étudier les conditions de fonctionnement du rotor d'un hélicoptère au décollage. Des études ont montré que lorsque la vitesse en bout de pale est supérieure à la vitesse limite de 0,9 Mach, la portance en ce point peut, selon l'incidence de la pale, diminuer jusqu'au décrochage.

La fréquence de rotation du rotor en conditions normales de vol stationnaire donnée par le constructeur est $N = 270$ tr/min. La longueur d'une pale est 7,5 mètres.
On prend $g = 10$ m/s² ; et 1 Mach = 340 m/s.

1. Calcul de la fréquence de rotation dans les conditions limites

a. Donner la vitesse linéaire limite V_L en bout de pale en m/s.

b. Calculer la fréquence de rotation limite en tr/s. Arrondir le résultat au dixième.

2. Le constructeur indique que la masse totale en charge est 7,5 tonnes. Quelle est la portance minimale F_z pour décoller dans les conditions de charge maximale ? Justifier la réponse.

3. Lorsque l'hélicoptère s'élève de 10 m en 3 s, on admet que la valeur de la portance est $F_z = 92\,000$ N.

a. Calculer le travail mis jeu lors de ce décollage.

b. Calculer la puissance moyenne P correspondante ?

4. En raison des pertes la puissance nécessaire au décollage est supérieure à la puissance calculée. On admettra que cette puissance est $P_R = 450$ kW et que le moment du couple du rotor est $C = 12\,500$ N.m

a. En déduire la fréquence du rotor en tr/s. Arrondir au dixième.

b. Y-a-t-il un risque de décrochage pour le bout de pale ? Justifier la réponse.

Formulaire :

$V = 2\pi RN$; $W = F.d$; $P = \frac{W}{t}$; $P = 2\pi NC$

ANNEXE (à remettre avec la copie)
MATHÉMATIQUES

<u>EXERCICE 1</u> :

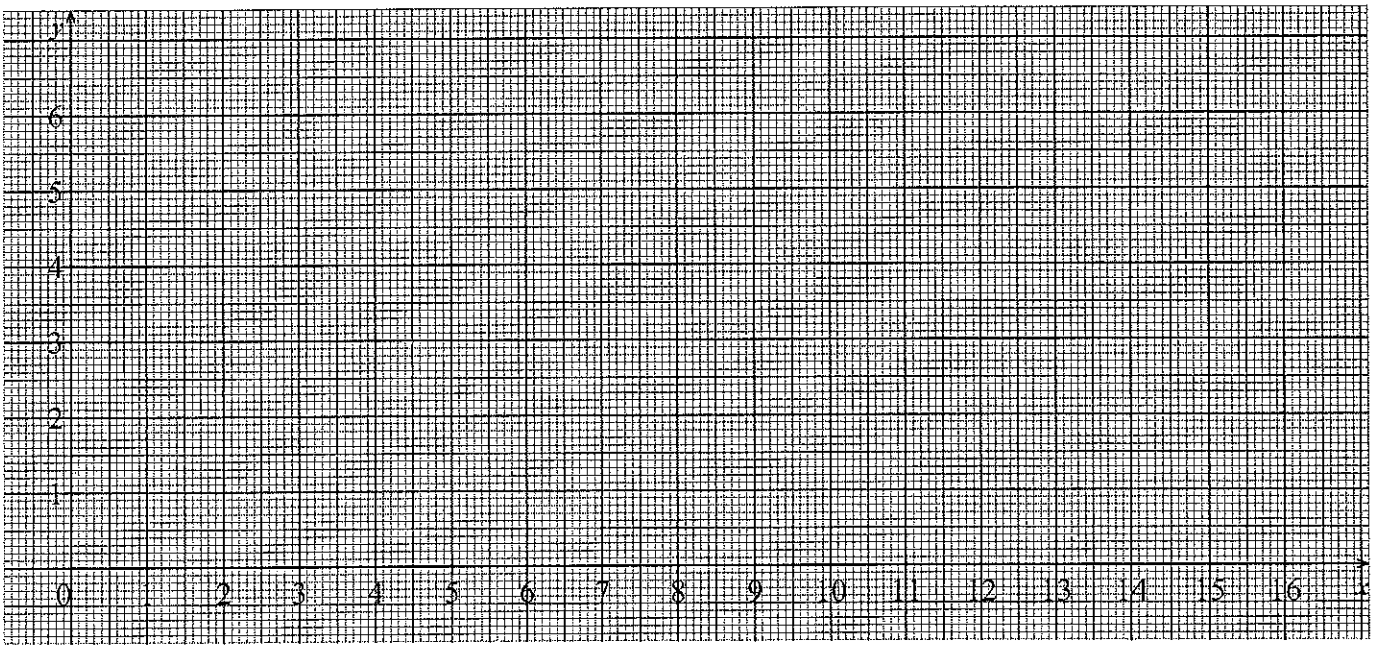
Partie A, 1. d. : Tableau de variation

x	14 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 16
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Partie A, 2. a. : Tableau de valeurs

x	14	14,5	15	15,3	15,5	15,8	16
$f(x)$	**1,8**	**3,6**				**4,8**	**5,8**

Repère utile aux questions 2.b. de la partie A et 1. de la partie C.



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

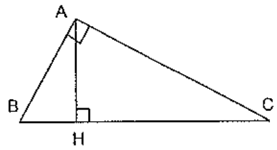
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$