BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART
OPTION COMMUNICATION GRAPHIQUE

<u>SESSION 2011</u>

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques".
Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

<u>Barème :</u>
Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

- **Mathématiques : 12 points**
- **Sciences physiques : 8 points**

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999 BOEN n°42).

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

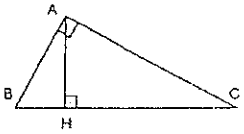
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

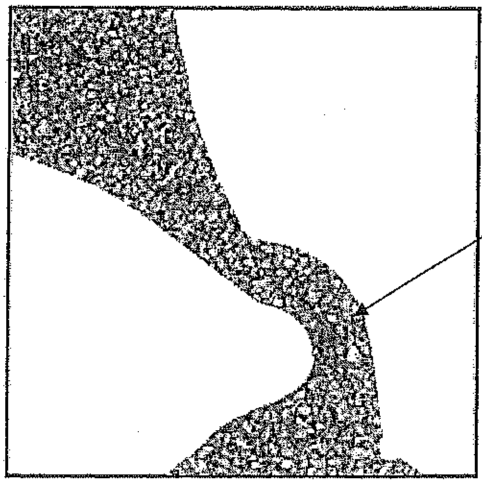
$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

MATHÉMATIQUES (12 points)

Dans le cadre de la rénovation d'un lycée, il a été demandé aux élèves d'imaginer un plan de l'entrée de l'établissement.
Cette entrée se compose de deux parties : un jardin « zen » de forme carrée traversé par un chemin et un kiosque couvert par une verrière pyramidale.

Les parties A et B peuvent êtres traitées de façon indépendante.

Partie A : le jardin zen *(8 points)*



Le chemin peut être modélisé à l'aide de fonctions et de constructions géométriques.

Dans cette partie le plan est rapporté au repère de **l'annexe 1 (à rendre avec la copie).**

Tracé du chemin

1) Placer, **en annexe 1,** les points E (–5 ; –7), D (–5 ; 5), F (7 ; –7), G (7 ; 5), puis tracer le carré DGFE.

2) En **annexe 1** :
   a) placer le point H, milieu du segment [BJ] ;
   b) tracer le demi-cercle de diamètre [BJ] passant par le point C.

3) On considère la fonction f définie sur l'intervalle [–3 ; 3] par $f(x) = x^2 - 3x + 1{,}25$. On note C_f sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère de l'**annexe 1**.
   Soit I le point d'intersection de C_f et de la droite (DG) d'équation $y = 5$.
   a) Montrer que l'abscisse du point I vérifie l'équation $x^2 - 3x - 3{,}75 = 0$.
   b) Résoudre cette équation. Arrondir les solutions au millième.
   c) En déduire la valeur arrondie au centième de l'abscisse du point I puis placer le point I en **annexe 1**.

4) Le but de cette question est d'étudier la fonction f afin de terminer le tracé du chemin.
   a) Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.

b) Calculer la valeur de x qui annule $f'(x)$.

c) Résoudre l'inéquation $f'(x) < 0$.

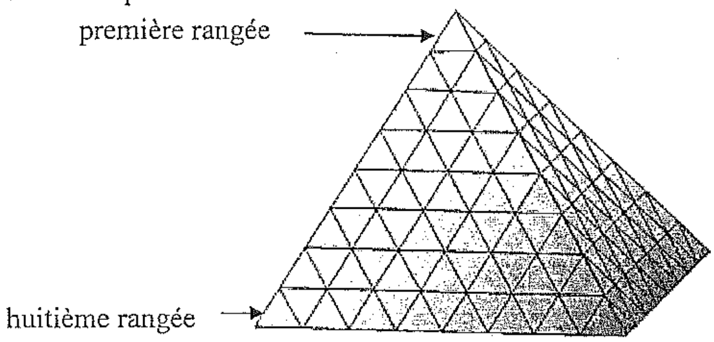
d) Compléter en **annexe 1**, le tableau de variation de la fonction f.

e) Compléter, en **annexe 1,** le tableau de valeurs de la fonction f. Arrondir les résultats au centième.

f) Tracer, **en annexe 1,** l'arc $\overset{\frown}{IK}$ de la courbe C_f.

Partie B : la verrière du kiosque ***(4 points)***

La figure ci-dessous représente la verrière du kiosque qui est constituée de dalles triangulaires transparentes identiques. Cette verrière est une pyramide à base carrée dont les quatre faces triangulaires sont identiques.



Figure

Le but de cette partie est de déterminer le nombre total de dalles nécessaire à la réalisation de la verrière.

On note : u_1 le nombre de dalles situées sur la première rangée d'une face ;
u_2 le nombre de dalles situées sur la deuxième rangée d'une face ;
....
u_8 le nombre de dalles situées sur la huitième rangée d'une face.

1. En observant la figure ci-dessus, déterminer u_1, u_2, u_3 et u_4.

On considère la suite (u_n) formé des nombres u_1, u_2, ..., u_8 pris dans cet ordre.

2. a) Identifier la nature de la suite (u_n).Préciser sa raison et son premier terme.
   b) Donner u_8.

3. En utilisant le formulaire, recopier la formule donnant la somme S_8 des huit termes de la suite (u_n).

4. Utiliser cette formule pour calculer le nombre total de dalles nécessaire à la réalisation d'une face de la verrière.

5. Les dalles sont conditionnées par paquets de 10. Quel nombre minimum de paquets faut-il commander pour réaliser la totalité de la verrière ?

SCIENCES PHYSIQUES (8 points)

Exercice 1 *(4 points)*

Pour pouvoir affiner les détails de leur plan, les élèves disposent, sur leur table de dessin, d'une loupe éclairante de vergence 5 dioptries. La notice technique de cette loupe comporte les indications suivantes :

- distance de travail : 110 mm ;
- grandissement : ×2,25.

La distance de travail est la distance entre l'objet et la loupe. Dans cet exercice, on assimile la loupe à une lentille convergente.

1) Calculer la hauteur d'un objet observé à travers la loupe si son image a pour hauteur 0,5 cm. Arrondir le résultat au dixième de millimètre.

2) Calculer la distance focale f de cette loupe. Exprimer le résultat en centimètres.

3) La loupe, de centre optique O, est schématisée sur **l'annexe 2 (à rendre avec la copie)**.
En **annexe 2** :
   a) Placer les foyers principaux objet F et image F'.
   b) Placer l'objet AB de hauteur 2 mm.
   c) Construire l'image A'B' de l'objet AB.

4) Indiquer si l'image est réelle ou virtuelle. Justifier la réponse.

5) Déterminer par une lecture graphique, la position et la hauteur de l'image A'B'.

6) a) En utilisant la formule de conjugaison, calculer la position de l'image.
   b) En utilisant la formule du grandissement, calculer la hauteur de l'image.

Formulaire :

Formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ $\qquad f = \overline{OF'}$

Vergence : $C = \frac{1}{f}$

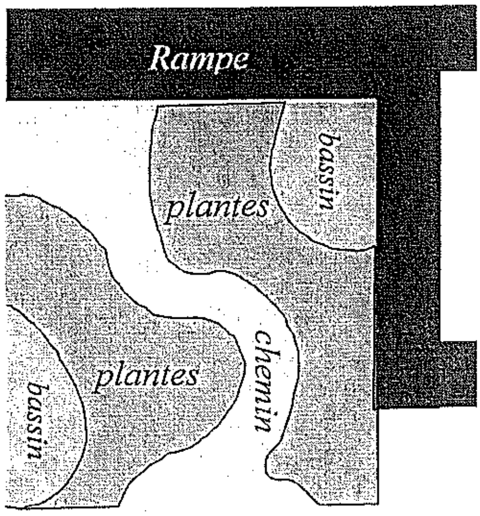
Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

Exercice 2 *(4 points)*

Une maquette du jardin est réalisée. Elle se compose de plusieurs parties : deux bassins, une rampe, un chemin et des plantes.

Lorsque le jardin zen est éclairé en lumière blanche :

- la rampe est magenta ;
- les bassins sont cyans ;
- les plantes sont vertes ;
- le chemin est jaune.



Pour la présentation de cette maquette, trois projecteurs sont utilisés : le premier équipé d'un filtre rouge, le deuxième d'un filtre vert et le troisième d'un filtre bleu. Ils permettent d'éclairer la maquette en différentes lumières :

- en lumière jaune pour symboliser le matin ;
- en lumière blanche pour symboliser la journée ;
- en lumière rouge pour symboliser le soir ;
- en lumière bleue pour symboliser la nuit.

1) Compléter le tableau 1 de l'**annexe 3 (à rendre avec la copie)** en cochant les cases correspondant au(x) projecteur(s) à utiliser pour obtenir la lumière qui symbolise chaque moment de la journée.

2) Compléter le tableau 2 de l'**annexe 3** en indiquant la couleur apparente des différentes parties du jardin zen lorsqu'il est éclairé en lumière jaune, en lumière rouge et en lumière bleue.

3) Indiquer la partie de la maquette dont la couleur apparente est différente avec chacune des quatre lumières.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

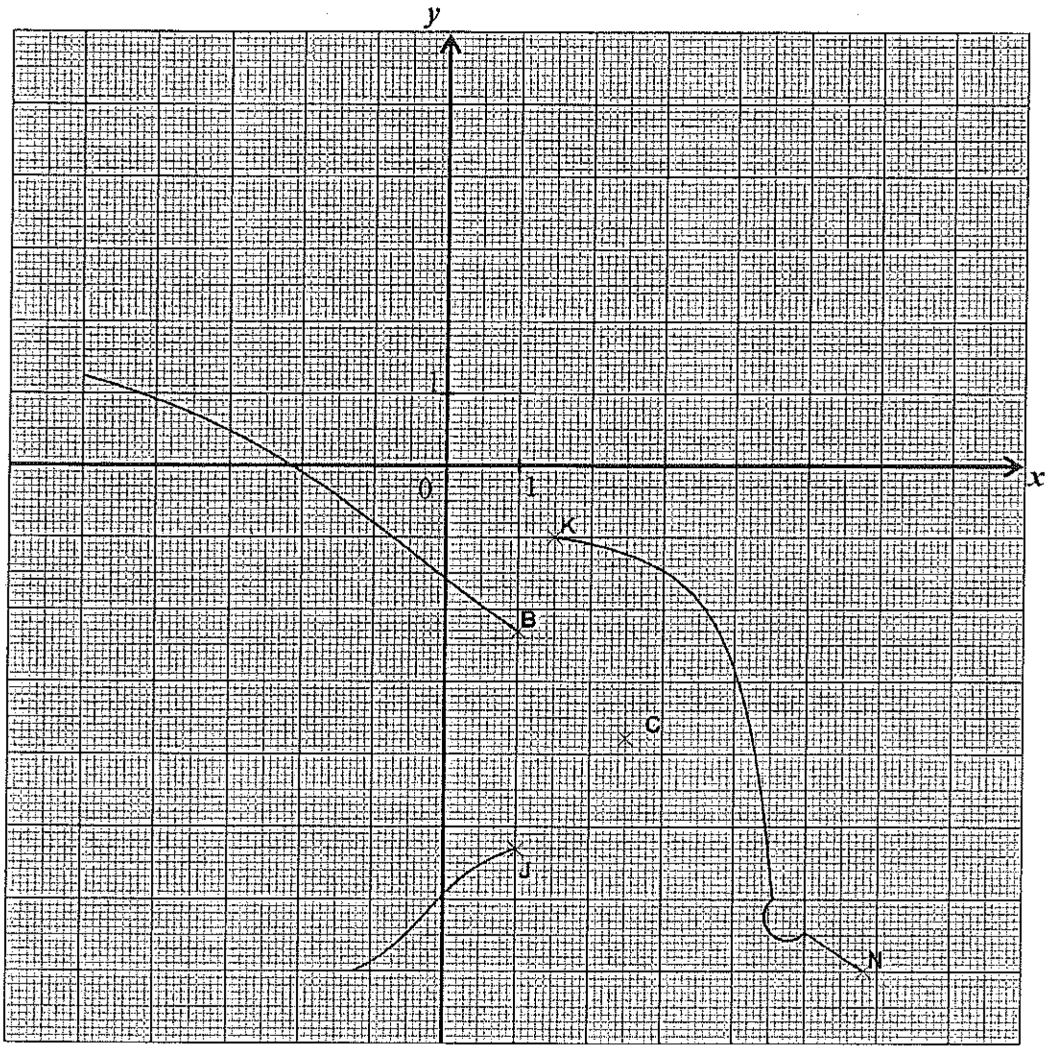


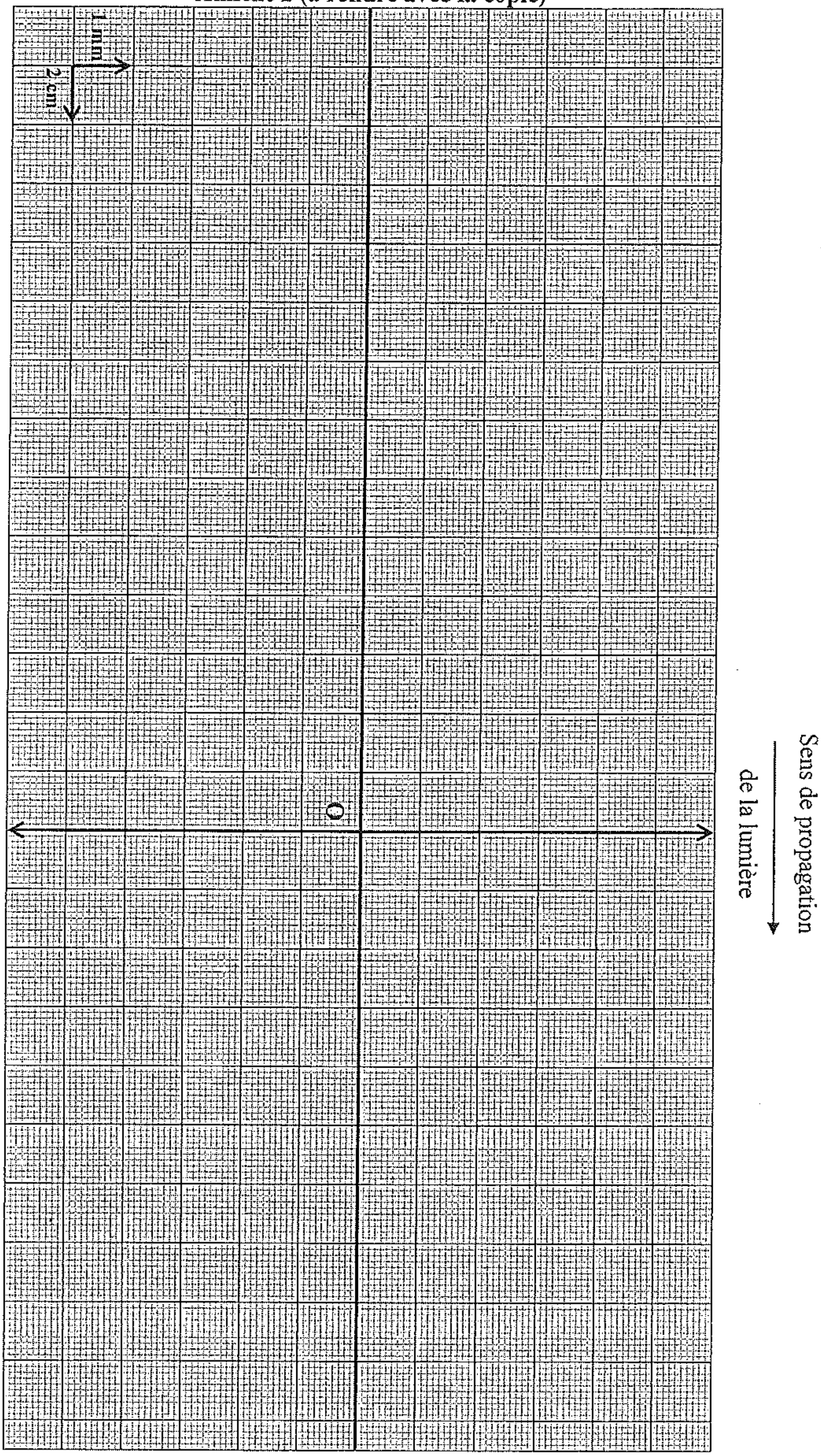
Tableau de variation de la fonction f

x	-3 …… 3
signe de $f'(x)$	……
variation de la fonction f	

Tableau de valeurs de la fonction f

x	$-0,95$	$-0,5$	$-0,25$	0	$0,25$	$0,5$	1	$1,25$	$1,5$
$f(x)$	5	3		1,25		0			-1

Annexe 2 (à rendre avec la copie)



SUJET			
Repère de l'épreuve	**Durée**	**Coefficient**	**Page**
1106-AMA C ST B	2 H 00	2	8/9

Annexe 3 (à rendre avec la copie)

Tableau 1

projecteur / lumière	rouge	vert	bleu
jaune			
blanche			
rouge			
bleue			

Tableau 2

partie / lumière	rampe	chemin	bassins	plantes
jaune				
blanche	magenta	jaune	cyan	vert
rouge				noir
bleue			bleu	