BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Technicien Constructeur Bois

Technicien Menuisier Agenceur

Épreuve E1 – Épreuve Scientifique et Technique

Mathématiques - Sciences Physiques (E12)

DOSSIER SUJET

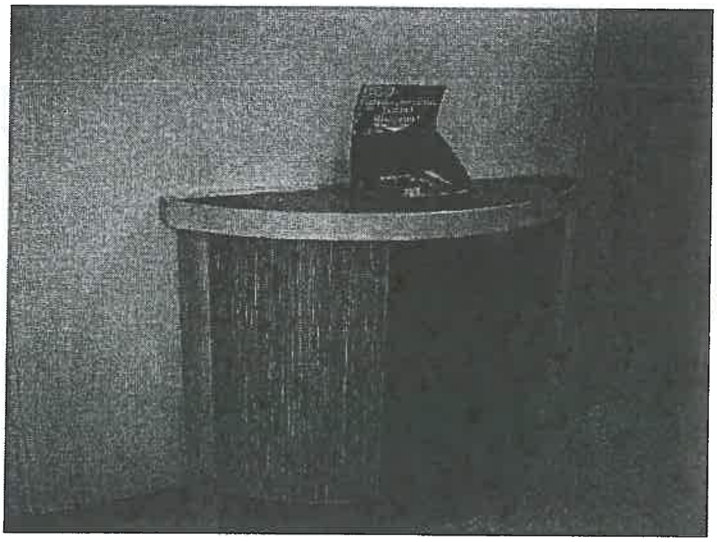
Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

MATHÉMATIQUES (15 points)

À l'occasion d'un salon, un établissement scolaire doit réaliser un meuble (photo ci-dessous) pour présenter les différentes filières professionnelles enseignées dans le lycée.



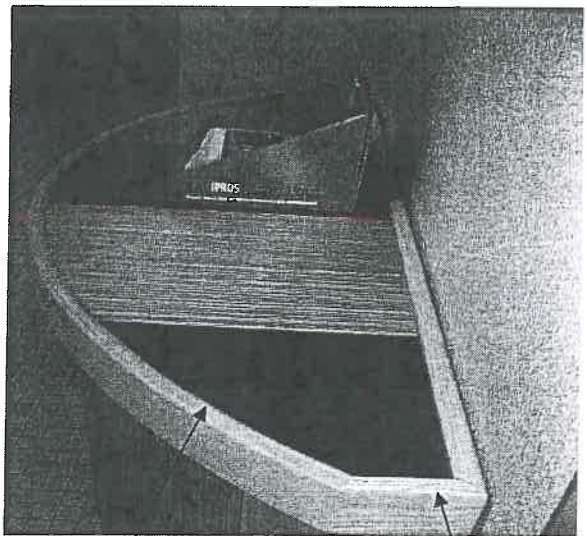
L'usinage de la partie arrondie et celui du retour droit nécessitent de déterminer avec précision l'angle α formé par ces deux pièces.

Le problème consiste à :

- calculer le volume du meuble,
- modéliser la partie arrondie du plateau,
- déterminer la mesure de l'angle α.

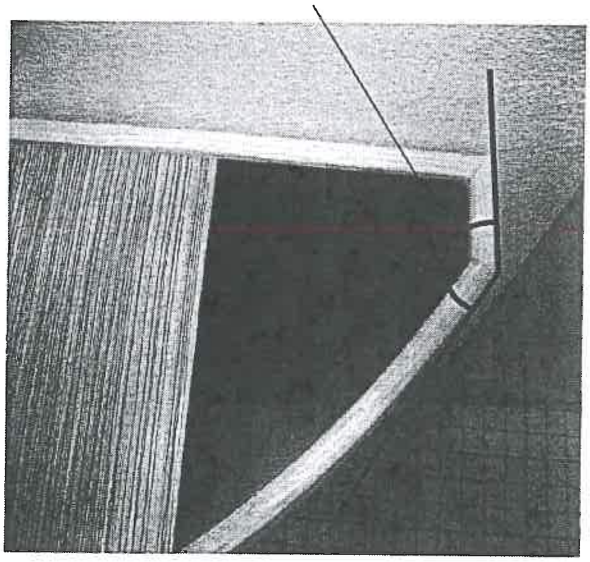
Dans ce problème, les parties I, II, III et IV sont indépendantes.

<u>Plateau de l'ouvrage</u>



Partie arrondie **Retour droit**

Angle α recherché



Cette figure n'est pas à l'échelle.

I. Calcul de l'aire du plateau (*2 points*)

Le plateau du présentoir est constitué d'une partie grisée (partie délimitée par l'arc de parabole $\overset{\frown}{ACB}$ et le segment [AB]) et d'une partie blanche (rectangle ABDE).

Le plateau admet l'axe de symétrie (CC').

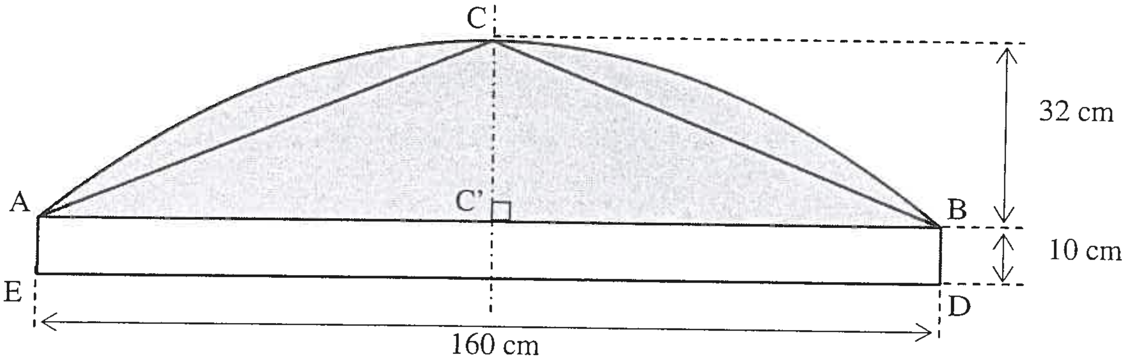


Figure 1 : vue de dessus du plateau (*cette figure n'est pas à l'échelle*)

1. Le triangle ABC est isocèle avec AC = CB.
   À l'aide des cotes portées sur la **figure 1**, calculer, en cm², l'aire du triangle ABC.
2. L'aire de la partie grisée sur la **figure 1** représente les quatre tiers, soit $\frac{4}{3}$, de l'aire du triangle ABC. Calculer, arrondie au cm², l'aire de la partie grisée.
3. Calculer l'aire totale du plateau du présentoir, arrondie au cm^2.

II. Détermination du volume d'encombrement du présentoir (*3 points*)

La face arrière du présentoir est un rectangle de cotes L, pour la longueur, et h, pour la hauteur (voir **figures 2 et 3**). On souhaite que ce rectangle respecte la divine proportion qui correspond à un rapport de la longueur sur la hauteur égal à φ, c'est-à-dire : $\frac{L}{h} = \varphi$. Le nombre φ, appelé nombre d'or, est **la solution positive** de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.

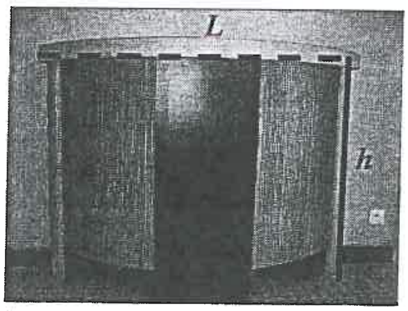


Figure 2 : vue de face du meuble

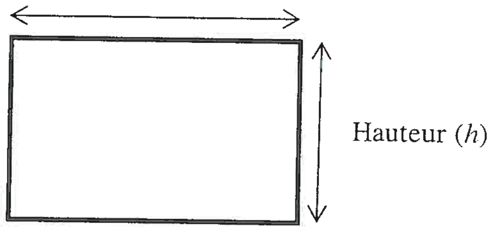


Figure 3 : schéma de la face arrière du présentoir

1. Résoudre l'équation $x^2 - x - 1 = 0$. Arrondir les solutions au millième.
2. Donner la valeur au millième de φ en justifiant la réponse.

3. Le présentoir a une longueur L de 160 cm.

Montrer que la hauteur h arrondie à l'unité est égale à 99 cm.

4. **a)** L'aire S du plateau est 5013 cm². Déterminer, en cm^3, son volume V à l'aide de la formule

$$V = S \times h.$$

b) Donner, en m^3, une valeur arrondie au centième de ce volume V.

III. Modélisation de la partie arrondie du plateau (*8 points*)

La partie arrondie du présentoir peut être modélisée par un arc de parabole notée $\mathscr{C}$ dont l'équation est de la forme : $y = ax^2 + bx + 10$ où a et b sont deux nombres à déterminer.

Dans le repère orthogonal d'axes (Ox) et (Oy) et d'origine O (0 ; 0), la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points : A (0 ; 10), B (160 ; 10) et C (80 ; 42).

1. Détermination des coefficients a et b.

a) En écrivant que les coordonnées des points B et C appartiennent à la courbe $\mathscr{C}$, montrer qu'on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 160\,a + b = 0 \\ 80\,a + \ b = 0{,}4 \end{cases}$$

b) Résoudre le système afin de déterminer les valeurs des coefficients a et b.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 160] par $f(x) = -0{,}005x^2 + 0{,}8x + 10$.

2. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

3. Calculer $f'(0)$. Que représente ce nombre pour la tangente (***T***) à la courbe $\mathscr{C}$ au point A (0 ; 10) ?

4. Montrer qu'au point A (0 ; 10), la tangente (***T***) à la courbe $\mathscr{C}$ a pour équation : $y = 0{,}8x + 10$.

5. Soit J le point de (***T***) d'abscisse $x = 25$. Montrer que l'ordonnée y du point J est égale à 30.

6. Dans le repère de l'**annexe 1 page 7 / 9**,

a) placer les points A et J,

b) tracer la tangente (***T***).

7. **a)** Compléter le tableau de valeurs de la fonction f donné en **annexe 1.**

b) Tracer dans le repère de l'**annexe 1** la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 160].

IV. Détermination de la mesure de l'angle α (*2 points*)

1. On rappelle : O (0 ; 0), A (0 ; 10) et J (25 ; 30).

Le vecteur $\overrightarrow{AO}$ a pour coordonnées (0 ; – 10). Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AJ}$.

2. Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AJ}$ est égal à – 200.

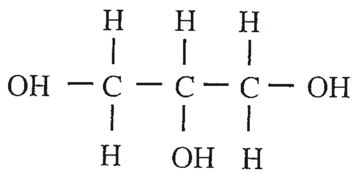
3. On donne : $\|\overrightarrow{AO}\| = 10$ et $\|\overrightarrow{AJ}\| = 32$. On note $\alpha = \widehat{OAJ}$. Calculer, arrondie au degré, la mesure de l'angle $\widehat{OAJ}$ en utilisant la relation $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AJ} = \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AJ}\| \times \cos(\widehat{OAJ})$.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Exercice 1 : Le vernis (*2 points*)

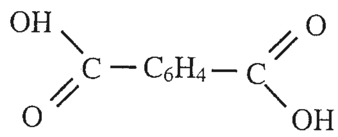
Les pieds du meuble sont en bois brut. Afin de les protéger, il est nécessaire de les vernir.
On décide d'utiliser un vernis à base de résines glycérophtaliques.
Ces résines sont obtenues par l'utilisation des deux réactifs suivants :
le glycérol (ou propan-1, 2, 3 triol) et l'acide phtalique.

1. La formule développée du propan-1, 2, 3 triol est :



Combien de groupes fonctionnels alcools sont présents dans cette molécule ? Justifier la réponse.

2. La formule semi-développée de l'acide phtalique est :



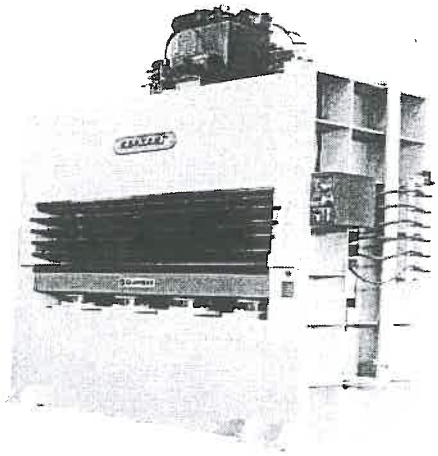
Sur **l'annexe 2 page 8/9**, entourer un groupe fonctionnel caractéristique de la fonction acide présent dans l'acide phtalique.

3. Compléter sur **l'annexe 2** l'équation-bilan de la réaction de condensation du propan-1, 2, 3 triol et de l'acide phtalique.

Exercice 2 : (*3 points*)

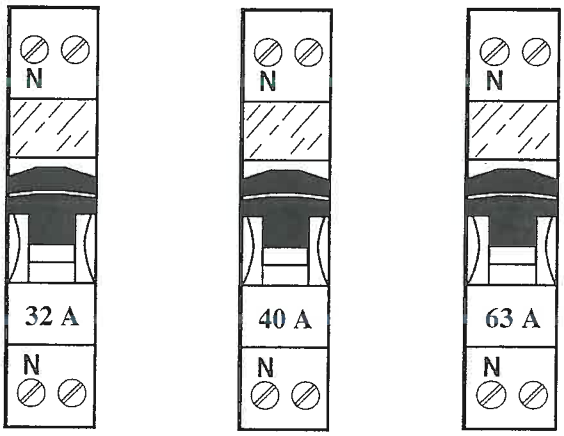
Afin d'augmenter sa productivité, une entreprise investit dans une presse capable de fabriquer cinq panneaux en bois à la fois. La plaque signalétique de cette nouvelle presse à chaud utilisée donne les indications suivantes :

17 kW ; 380 V ; 50 Hz



1. Préciser le nom de la grandeur physique et l'unité de chacune des 3 indications portées sur la plaque signalétique, en complétant le tableau donné en **annexe 2**.
2. Calculer, en watt, la valeur de la puissance absorbée P_a par le moteur de la presse sachant que le rendement η est de 0,85.
3. **a)** Calculer, à 0,1 A près, l'intensité I du courant en ligne circulant dans le moteur sachant que le facteur de puissance est de 0,87.

   b) Choisir parmi les disjoncteurs **A**, **B** et **C** représentés ci-contre, celui qui conviendrait à l'installation électrique de cette nouvelle presse. Justifier ce choix.



Disjoncteur **A** Disjoncteur **B** Disjoncteur **C**

On donne : $P_a = U \times I \times \sqrt{3} \times \cos\varphi$ et $\eta = \dfrac{P_u}{P_a}$

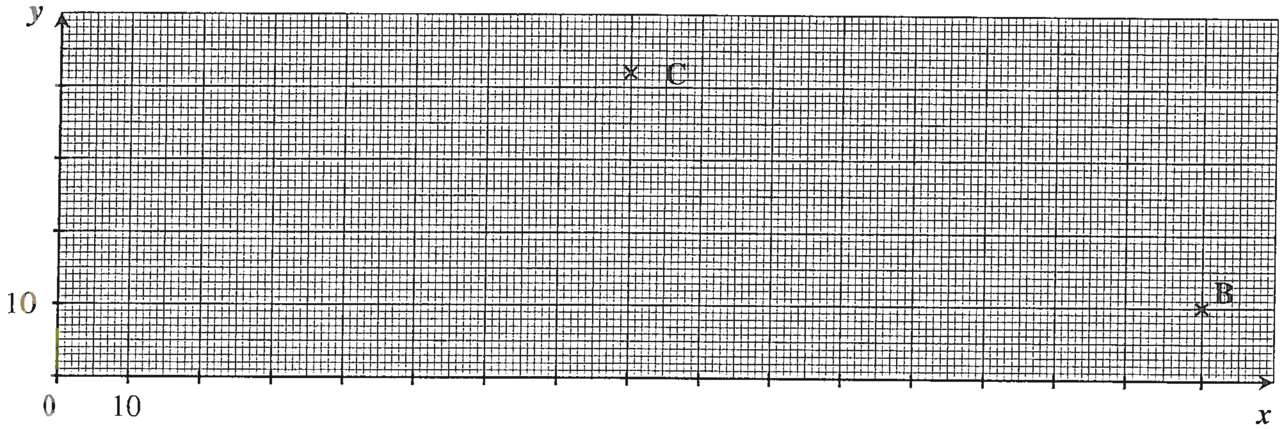
ANNEXE 1 - MATHÉMATIQUES

(À remettre avec la copie)

Partie III question 7.a) Tableau de valeur de la fonction f

x	0	20	40	60	80	100	120	140	160
$f(x)$	10	24	34		42				10

Partie III question 7.b) Représentation graphique de la fonction f

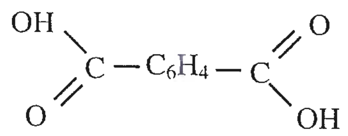


ANNEXE 2 - SCIENCES PHYSIQUES

(À remettre avec la copie)

Exercice 1 :

Question 2



Question 3

$CH_2OH–CHOH–CH_2O–H$ + $HO–C(=O)–C_6H_4–COOH \longrightarrow$ .... + ...

(Propan-1,2,3 triol) *(Acide phtalique)*

Exercice 2 :
Question 1

	Grandeur	Unité
17 kW		
380 V		
50 Hz		

ANNEXE 2 - SCIENCES PHYSIQUES
(À remettre avec la copie)

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$
$\ln(a^n) = n \ln a$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r
Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q
Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
$ = 1 - 2\sin^2 a$
$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

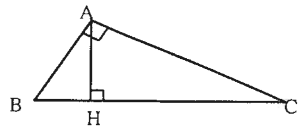
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$