BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

PILOTAGE DE SYSTÈMES DE PRODUCTION AUTOMATISÉE

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E1

SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 7 pages.
La page 7 est à rendre avec la copie d'examen.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

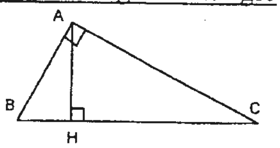
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

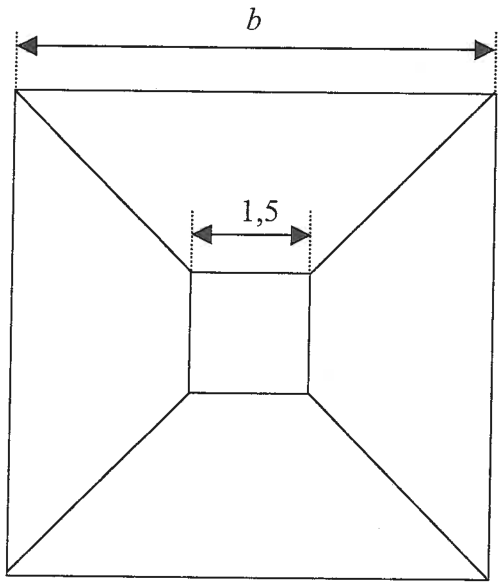
$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

PARTIE MATHEMATIQUES :

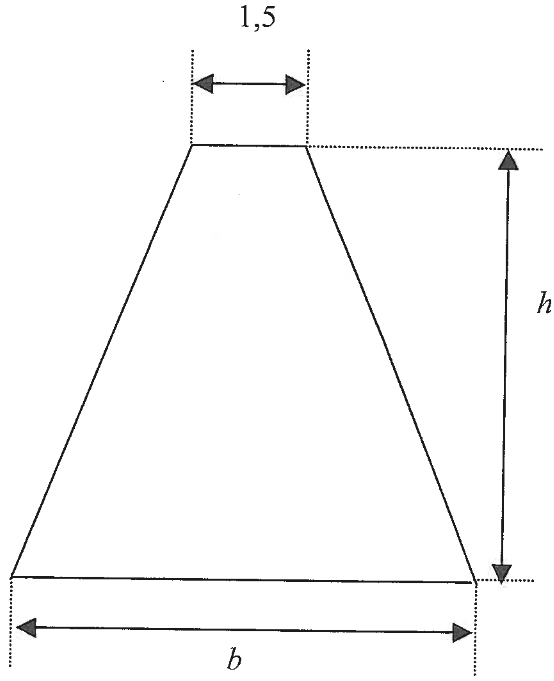
EXERCICE 1 : (9 points)

Une entreprise fabrique des hottes aspirantes de différentes formes. L'étude suivante est réalisée sur des hottes dont la forme, représentée ci-dessous, est un tronc de pyramide à base carrée.

Le dessin n'est pas à l'échelle. Les dimensions sont données en décimètre.



Vue de dessus



Vue de profil

- Côté de la surface carrée inférieure : b
- Côté de la surface carrée supérieure : 1,5
- Hauteur du tronc : h

Partie A : Calcul du volume d'une hotte.

Le volume de la pièce est donné par la formule : $V = \frac{h}{3}(b^2 + 1,5b + 2,25)$

Calculer en dm^3 le volume V de la hotte dont les dimensions sont : $b = 4$ et $h = 8$
Arrondir le résultat à l'unité.

Une étude est alors réalisée sur des hottes de hauteur plus petite ayant le même volume que précédemment. Les dimensions h et b sont liées par la relation :

$$h = 8 - \frac{2}{3}b$$

où la mesure b est comprise dans l'intervalle [1,5 ; 11,5].
Le volume est alors donné par la relation : $V = -\ 0,2b^3 + 2,3b^2 + 3,5b + 6$

Partie B : Etude d'une fonction.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [1; 11,5] par : $f(x) = -0,2x^3 + 2,3x^2 + 3,5x + 6$.

1) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2) Résoudre l'équation : $-0,6x^2 + 4,6x + 3,5 = 0$.
On appelle x_1 et x_2 les solutions de cette équation, x_2 étant la solution la plus grande. Arrondir les solutions au dixième.

3) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [1; 11,5].

4) Compléter, dans **l'annexe (à rendre avec la copie)**, le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [1; 11,5].

5) a) Compléter, dans **l'annexe**, le tableau de valeurs de la fonction f. Arrondir les résultats à l'unité.
b) Placer les points correspondants dans le repère de **l'annexe**.

6) Tracer la courbe Cf, représentative de la fonction f, dans le repère de **l'annexe**.

7) Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles : $f(x) = 65$. **(On laissera apparents les traits permettant la lecture graphique).**

Partie C : Exploitation.

On rappelle que les dimensions h et b sont liées par la relation : $h = 8 - \frac{2}{3}b$

Les hottes retenues doivent répondre à une double exigence :

- Un volume égal à 65 dm^3.
- Le côté de la surface inférieure ne doit pas dépasser 10 dm.

Déterminer, en vous aidant des résultats précédents, les dimensions b et h, arrondies au dixième, de ces hottes.

EXERCICE 2 : **Suite géométrique. (6 points)**

En fonctionnement maximum, le niveau d'intensité sonore L de la hotte est de 90 décibels.

Pour réduire ce niveau, on utilise des plaques isolantes. Chaque plaque supplémentaire posée permet de réduire le niveau d'intensité sonore, en fonctionnement maximum, de 8 %.

1) Calculer le niveau d'intensité sonore L_1 après la pose d'une plaque isolante.

2) On note L_2, L_3, ….. , L_n les niveaux d'intensité sonore après la pose de 2, 3, …., n plaques isolantes. Les nombres L_1, L_2, L_3, ….. , L_n forment une suite géométrique de premier terme $L_1 = 82,8$ et de raison $q = 0,92$.

Calculer L_2 et L_3. Arrondir les résultats au dixième.

3) Exprimer L_n en fonction de n uniquement.

4) Calculer le niveau d'intensité sonore L après la pose de 6 plaques. Arrondir le résultat au dixième.

5) a) Montrer que l'on peut écrire : $L_n = 90 \times 0,92^n$

b) En utilisant la relation précédente, **recopier et compléter le tableau ci-dessous**. Arrondir les résultats au dixième.

n	7	8	9	10
L_n				

6) On rappelle que chaque plaque posée permet de réduire le niveau d'intensité sonore. En déduire le nombre minimal de plaques qu'il faut pour obtenir un niveau d'intensité sonore L inférieur à 45 décibels.

SCIENCES PYSIQUES (5 POINTS)

EXERCICE 3 : Etude d'un moteur à courant alternatif. (2 points)

Le moteur entraînant la turbine d'évacuation d'air est alimenté par une installation monophasée qui fournit une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace U de 230 V.

Les caractéristiques du moteur sont données ci-contre.

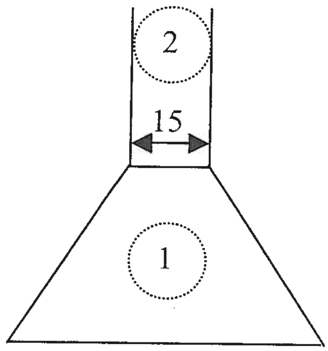
230 V – 50 Hz
Pu = 0,270 kW ; η = 75 %
cos φ = 0,85

1) Calculer la puissance absorbée Pa par le moteur.

2) Calculer l'intensité du courant traversant ce moteur pour Pa = 360 W. Arrondir le résultat au centième d'ampère.

On rappelle : $P_a = UIcos\varphi$ et $\eta = \dfrac{P_u}{P_a}$

EXERCICE 4 : Dynamique des fluides. (3 points)



Le débit d'air aspiré par la hotte est Q_v = 650 m^3/h. L'air aspiré est ensuite rejeté à l'extérieur par une conduite cylindrique de diamètre 15 cm.

1) Calculer le débit volumique Q_v, en m^3/s. Arrondir le résultat au centième.

2) a) Calculer la section S, en m², de la conduite cylindrique. Arrondir le résultat au millième.

b) Calculer la vitesse v, en m/s, dans la conduite 2 de la hotte.

3) La viscosité cinématique de l'air est $\upsilon = 1{,}4.10^{-5}$ m²/s. On prendra v = 10 m/s

a) Calculer le nombre de Reynolds Re.

b) En déduire le type d'écoulement dans la conduite.

Données:
Débit volumique : $Q_v = S \times v$ (S surface en m^2 ; v vitesse en m/s ; Q_v débit volumique en m^3/s)

Nombre de Reynolds : $Re = \dfrac{vD}{\upsilon}$ (v vitesse du fluide en m/s ; D diamètre en m ; υ viscosité en m²/s)

Si $Re < 1600$: L'écoulement est laminaire.

Si $1600 < Re < 2300$: L'écoulement est transitoire.

Si $Re > 2300$: L'écoulement est turbulent.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

EXERCICE 1 : Partie B.

4) Tableau de variation de la fonction f.

x	1	x_2	11,5
signe de $f'(x)$		0	
variation de f			

5) Tableau de valeurs de la fonction f.

x	1	3	4,5	6	7,5	8,4	10	11,5
$f(x)$		32		67		79		46

5), 6) et 7) Courbe Cf et lecture graphique