BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Micro-informatique et Réseaux : Installation et Maintenance (MRIM)

Systèmes Électroniques Numériques (SEN)

MRIM

Épreuve E1 :
Épreuve scientifique et technique

Mathématiques (E12)

SEN
Épreuve E1 :
Épreuve scientifique à caractère professionnel
Mathématiques (E11)

DOSSIER SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2,5 (MRIM)
2 (SEN)

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit

CODE ÉPREUVE : 1106-MIR ST 12/1106-SEN S 12		EXAMEN : BAC PRO	SPÉCIALITÉ : MRIM / SEN	
SESSION : 2011	SUJET	*ÉPREUVE* : Mathématiques		Calculatrice autorisée : oui
Durée : 2 heures		Coefficient : 2,5 (MRIM) 2 (SEN)	N° sujet : 10MRIMSEN1	Page : 1 / 1

Étude du four « Delta »

EXERCICE n°1 : Cycle de pyrolyse du four « Delta » (11,5 points)

La pyrolyse est un procédé efficace de nettoyage des fours. Son principe est basé sur la carbonisation des salissures.
Le cycle de pyrolyse (température du four en fonction du temps) est constitué de trois phases :

- **Phase 1:** la montée en température
- **Phase 2 :** la régulation de la température
- **Phase 3 :** le refroidissement

Dans cette étude, on s'intéresse uniquement aux **phases 1** et **3**.

On note :

- t : le temps en minute (min),
- θ : la température du four en degré Celsius (°C).

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : Première phase : montée en température (4 points)

Dans cette partie, on considère que la température du four est modélisée sur l'intervalle [0 ; 50] par une fonction affine du temps, notée g, de la forme :

$g(t) = a\,t + b$ où a et b sont deux constantes réelles à déterminer.

1. À l'aide de la représentation graphique de **l'annexe 1 page 5 / 7**, déterminer graphiquement :
   a. La température ambiante θ_0 à l'instant $t = 0$.
   b. Le temps, en minutes, au bout duquel la température de 505 °C est atteinte pour la première fois.

2. À l'aide des résultats précédents, établir que $g(t) = 9{,}7\,t + 20$.

3. Dès que la température du four atteint 290 °C, la porte du four se verrouille.
   Calculer le temps au bout duquel la porte se verrouille. Arrondir à l'unité.

Partie B : Troisième phase : refroidissement (7,5 points)

On admet que dans cette partie, la température θ du four, en fonction du temps t, est donnée par l'expression suivante : $\theta = 20 + 58\,900\,e^{-0{,}04\,t}$.

1. Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [120 ; 240] par $f(x) = 20 + 58\,900\,e^{-0{,}04\,x}$.

a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.
b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [120 ; 240]. Justifier la réponse.
c. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe 2 page 6 / 7**.
d. À quel phénomène physique est associé le sens de variation de la fonction f ?

2. **Représentation graphique de la fonction f**

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

a. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f donné en **annexe 2**. Arrondir les valeurs à l'unité.

b. Tracer sur le papier millimétré de **l'annexe 1** la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle [120 ; 240].

3. **Exploitation des résultats**

a. La porte du four se débloque dès que la température passe en dessous de 290 °C.

a.1. Résoudre l'équation : $20 + 58\,900\, e^{-0{,}04\,x} = 290$. Arrondir le résultat à l'unité.

a.2. En déduire le temps, en minutes, au bout duquel la porte pourra être ouverte.

b. Le ventilateur s'arrête dès que la température repasse en dessous de 150 °C.
Déterminer graphiquement le temps t au bout duquel cet arrêt intervient.
Laisser apparents sur **l'annexe 1** les traits de construction utiles à la lecture.

EXERCICE n° 2 : Utilisation du grilloir simple du four « Delta » (3 points)

Le document technique de la sonde « Simple Logger » présente la variation de l'intensité électrique absorbée par le four en fonction du temps (**Figure 1**).

On se propose de vérifier l'exactitude de la valeur moyenne de l'intensité électrique affichée sur ce document : **5,6 A.**

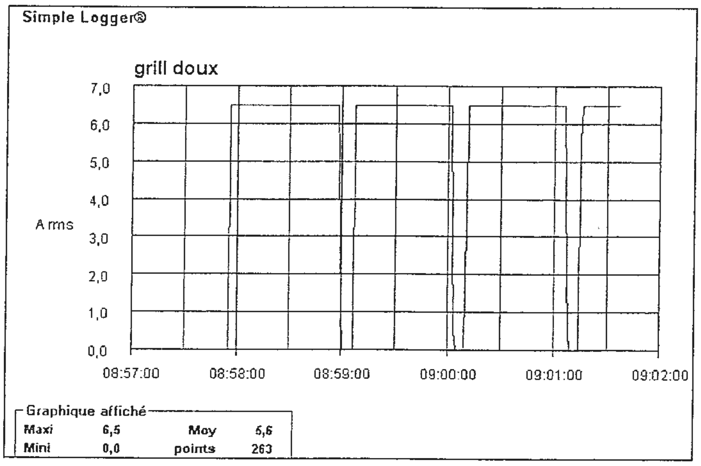


Figure 1. Document technique : variation de l'intensité électrique absorbée par le four en fonction du temps.

La représentation graphique de l'intensité i du courant électrique (en ampères) en fonction du temps t (en minute) est donnée **figure 2** ci-dessous :

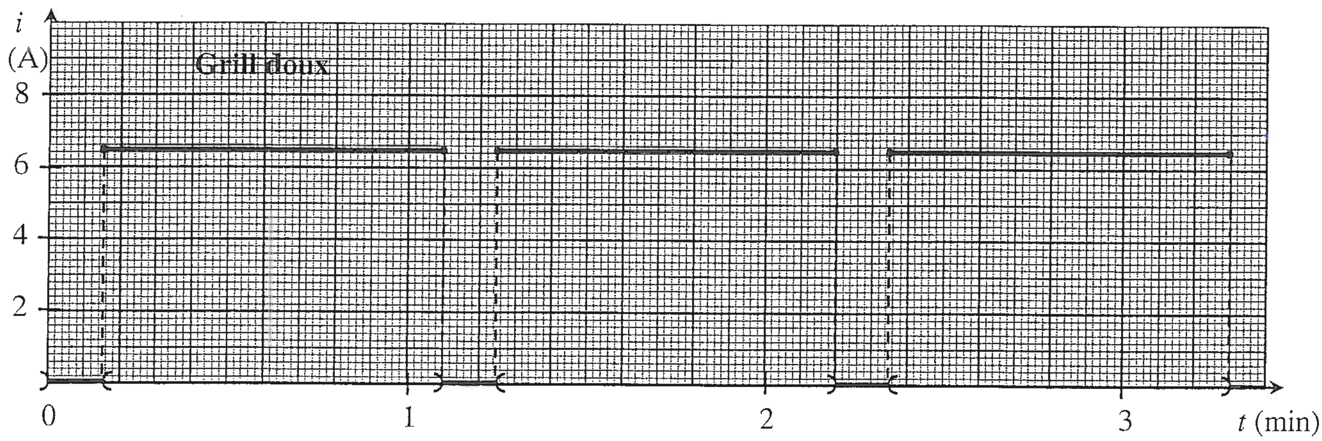


Figure 2. Variation de l'intensité électrique absorbée par le four en fonction du temps.

1. À l'aide de la **figure 2**, déterminer graphiquement, en minutes, la période T de ce signal.

2. L'intensité $i\,(t)$ sur l'intervalle]0 ; 1,10] est donnée par :

$$i\,(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < t < 0{,}15 \\ 6{,}5 & \text{si } 0{,}15 \leqslant t \leqslant 1{,}10 \end{cases}$$

À l'aide de la relation de Chasles, calculer l'intensité moyenne I_{moy} définie par :

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{1{,}10} \int_0^{1{,}10} i(t)\, \mathrm{d}t$$

Arrondir le résultat au dixième.

3. Comparer ce résultat à la valeur affichée sur le document technique de la sonde « Simple Logger ».

EXERCICE n° 3 : Moteur du tournebroche du four « Delta » (5,5 points)

Le moteur du tournebroche est alimenté par une tension alternative sinusoïdale monophasée de valeur efficace 230 V et de fréquence 50 Hz.

Ce moteur est assimilable à un circuit RL en série, constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L. On mesure les valeurs : R = 7 150 Ω et L = 22,5 H.

On rappelle que les expressions algébriques des impédances complexes de R et de L sont :

$$\begin{cases} Z_R = R \\ \text{et} \\ Z_L = j\mathrm{L}\omega \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{array}{l} j \text{ est le nombre complexe de module 1 et d'argument } \dfrac{\pi}{2}. \\ \\ \omega = 100\pi \text{ est la pulsation en rad/s.} \end{array}$$

L'impédance complexe Z du circuit vérifie : $Z = Z_R + Z_L$.

1. En arrondissant les résultats à l'unité, montrer que : $Z = 7\,150 + 7\,069\,j$.

2. Le module $|Z|$ du nombre complexe Z correspond à l'impédance du circuit.

   Calculer ce module. Le résultat sera arrondi à l'unité.

3. L'argument du nombre complexe Z correspond au déphasage φ entre la tension et l'intensité. Calculer φ au dixième de degré.

4. On relève les valeurs nominales suivantes sur la plaque signalétique du moteur :

   $U = 230$ V $I = 0{,}022$ A $\cos\varphi_N = 0{,}70$

   On rappelle que l'impédance nominale est : $|Z_N| = \dfrac{U}{I}$.

   a. Calculer :

   a.1. l'impédance nominale $|Z_N|$, arrondie à l'unité,

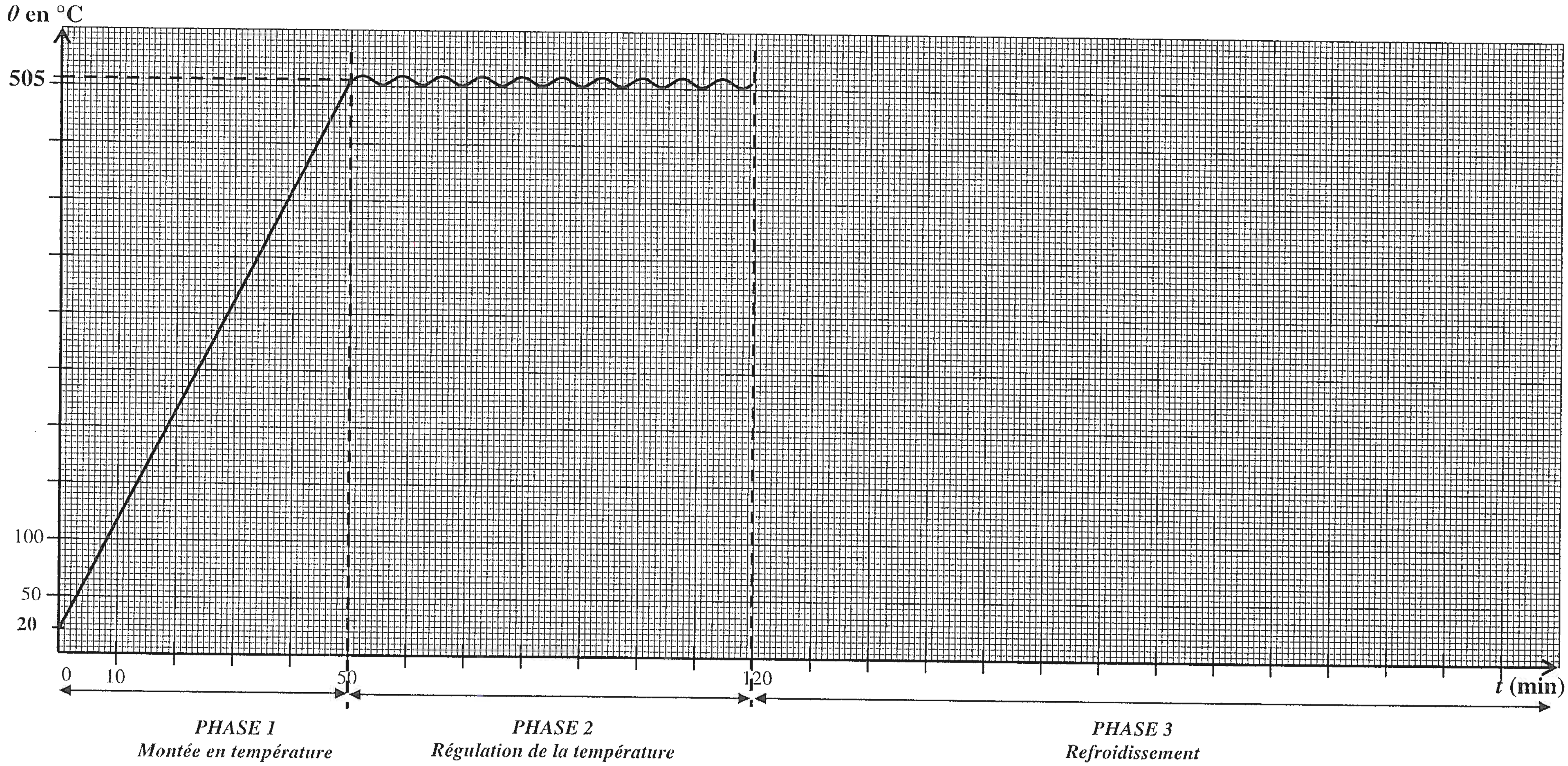
   a.2. le déphasage nominal φ_N entre U et I, arrondi au dixième de degré.

   b. On considère que le circuit fonctionne dans de bonnes conditions si la différence entre l'impédance nominale $|Z_N|$ et l'impédance $|Z|$ du circuit (calculée **question 2.**) n'excède pas 5% de l'impédance nominale, c'est-à-dire si $\dfrac{|Z_N| - |Z|}{|Z_N|} \leqslant 5\ \%$.

   Indiquer si ce circuit fonctionne dans de bonnes conditions. Justifier la réponse.

Annexe 1 (À rendre avec la copie)

EXERCICE n°1 : Cycle de pyrolyse du four



Annexe 2 (À rendre avec la copie)

EXERCICE n°1 : Partie B

Question 1.c. Compléter le tableau de variation de la fonction f :

x	120 240
Signe de $f'(x)$	
Variation de la fonction f	

Question 2.a. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f. Arrondir les valeurs à l'unité.

x	120	130	140	150	160	170	190	220	240
$f(x)$	505	345			118			29	24

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Métiers de l'électricité

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta<0$, aucune solution réelle

Si $\Delta\geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n)=n\ln a$

$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0$ $\qquad$ $y=ke^{ax}$

$y''+\omega^2y=0$ $\qquad$ $y=a\cos\omega x+b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

$\cos 2a=2\cos^2 a-1$

$\qquad =1-2\sin^2 a$

$\sin 2a=2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2=-1$)

forme algébrique	forme trigonométrique
$z=x+jy$	$z=\rho(\cos\theta+j\sin\theta)$
$\overline{z}=x-jy$	$\overline{z}=\rho(\cos\theta-j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$	$\rho=\lvert z\rvert$
	$\theta=\arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}'=xx'+yy'$

$\|\vec{v}\|=\sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v}\neq\vec{0}$ et $\vec{v}'\neq\vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}'=\|\vec{v}\|\times\|\vec{v}'\|\cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}'=0$ si et seulement si $\vec{v}\perp\vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt=k\int_a^b f(t)\,dt$