BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

« MAINTENANCE des MATÉRIELS : *AGRICOLES, TRAVAUX PUBLICS et de MANUTENTION, PARCS et JARDINS* »

SESSION 2011

Épreuve E1B1-U12

SOUS-ÉPREUVE ÉCRITE

Sujet

Mathématiques et Sciences Physiques

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/5 à 4/5 auxquelles s'ajoute le formulaire numéroté 5/5.

La feuille Annexe (page 4/5) est à rendre avec la copie.

Elle sera agrafée à celle-ci par le centre d'examen.

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions prévues par la réglementation
(circulaire n° 99-186 du 16/11/1999 - B.O.E.N. n° 42 du 25/11/1999).

MATHÉMATIQUES (15 points)

Exercice 1 : Test d'un moteur (4 points)

Le moteur est placé sur un banc afin d'être soumis à une série de 15 cycles de montée en puissance.
Le premier cycle dure 8 minutes, le deuxième 0,35 minute de moins que le premier, le troisième 0,35 minute de moins que le second, …

On note : - t_1 la durée du premier cycle,
- t_2 la durée du second cycle,

…

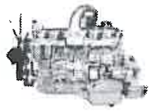
- t_n la durée du n^e cycle.

Les durées $t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n$ forment une suite arithmétique notée (t_n).

1. Indiquer, en minute, la durée t_1 et calculer, en minute, les durées t_2 et t_3.
2. Préciser la raison et le premier terme de la suite arithmétique (t_n).
3. On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_1 = 8$ et de raison $r = -0,35$.
   a) Calculer u_{15}.
   b) Calculer la somme des quinze premiers termes de cette suite.
4. Indiquer, en minute, la durée totale des quinze cycles auxquels le moteur est soumis pendant le test.

Exercice 2 : Étude de l'impact d'un boîtier additionnel sur la puissance (11 points)

Afin d'améliorer les performances et optimiser les paramètres d'injection d'un moteur, il est possible d'adapter un boîtier additionnel.

Partie 1 : Expression de la puissance *P* du moteur.

1. ***Dans le cas de l'utilisation du moteur avec boîtier additionnel.***
   La puissance P_1, en watt, est donnée en fonction de la vitesse angulaire ω de l'arbre du moteur, exprimée en radian par seconde (rad/s), par la relation :

   $$P_1 = -1,4\,\omega^2 + 1\,000\,\omega - 60\,000 \qquad \text{pour } \omega \text{ compris entre 210 et 470 rad/s.}$$

   Calculer la puissance P_1, en W, pour une vitesse angulaire ω égale à 260 rad/s.

2. ***Dans le cas de l'utilisation du moteur sans boîtier additionnel.***
   La puissance P_2, en watt, est donnée en fonction de la vitesse angulaire ω de l'arbre du moteur, exprimée en radian par seconde (rad/s), par la relation :

   $$P_2 = -\omega^2 + 740\,\omega - 39\,000 \qquad \text{pour } \omega \text{ compris entre 210 et 470 rad/s.}$$

   Calculer la valeur de la vitesse angulaire permettant de délivrer une puissance P_2 égale à 97 900 W, en résolvant l'équation du second degré suivante :

   $$-\omega^2 + 740\,\omega - 136\,900 = 0$$

Partie 2 : Étude mathématique

On modélise les deux situations précédentes par les fonctions f et g définies sur l'intervalle [210 ; 470] par :

$$f(x) = -1{,}4\,x^2 + 1\,000\,x - 60\,000$$

$$g(x) = -x^2 + 740\,x - 39\,000$$

La courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g sur l'intervalle [210 ; 470] est tracée sur **l'annexe page 4/5 à rendre avec la copie.**

A – Étude de la fonction *f*.

1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur **l'annexe**.
2. Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.
3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
   Arrondir le résultat à l'unité.
4. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe**.
5. Déterminer le maximum $f(x_0)$ de la fonction f sur l'intervalle [210 ; 470] et la valeur x_0 pour laquelle ce maximum est atteint.
6. Tracer, sur **l'annexe**, la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f sur l'intervalle [210 ; 470].

B – Utilisation de la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g.

Déterminer graphiquement les coordonnées du point M correspondant au maximum de la fonction g sur l'intervalle [210 ; 470].
Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

Partie 3 : Exploitation des résultats

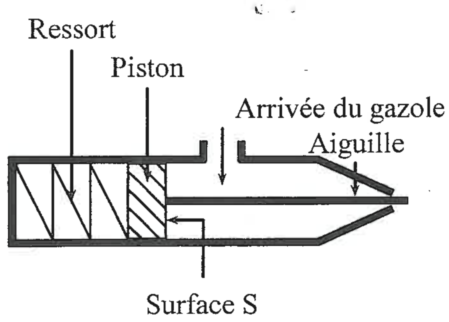
1. Dans le cas de l'utilisation du moteur avec boîtier additionnel, indiquer :
   a) la puissance maximale P_{1M} en watt ;
   b) la vitesse angulaire ω_{1M} correspondante en rad/s.
2. Dans le cas de l'utilisation du moteur sans boîtier additionnel, indiquer :
   a) la puissance maximale P_{2M} en watt ;
   b) la vitesse angulaire ω_{2M} correspondante en rad/s.
3. En déduire l'impact du boîtier additionnel sur :
   a) la puissance maximale ;
   b) la vitesse angulaire donnant la puissance maximale.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

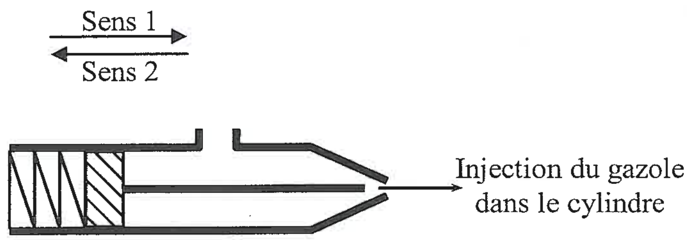
Exercice 3 : Étude de l'ouverture d'un injecteur (1,5 point)

Les schémas suivants montrent le principe d'ouverture d'un injecteur. La pompe d'injection fait monter la pression du gazole vaporisé. Celui-ci exerce une force sur la surface S. Lorsque cette force est supérieure à celle exercée par le ressort sur le piston, le piston se déplace vers la gauche et ouvre ainsi l'injecteur par l'intermédiaire de l'aiguille.

Position fermée



Position ouverte



Le ressort exerce sur le piston une force horizontale suivant le sens 1 d'intensité 2 000 N.

L'arrivée du gazole à haute pression exerce une force pressante sur le piston suivant le sens 2. On cherche à déterminer la pression du gazole permettant l'ouverture de l'injecteur et l'injection dans le cylindre.

1. Déterminer la valeur de la force pressante exercée par le gazole à partir de laquelle le piston est repoussé dans le sens 2.
2. Sachant que l'aire du piston est égale à 0,13 cm^2, calculer, en bar, la mesure de la pression du liquide dans l'injecteur.

Données : $p = \dfrac{F}{S}$ 1 bar = 10^5 Pa

Exercice 4 : Combustion du gazole (3,5 points)

Un constituant du gazole est le cétane de formule brute $C_{16}H_{34}$. Sa combustion dans le dioxygène de l'air donne du dioxyde de carbone et de l'eau selon la réaction :

$$2\ C_{16}H_{34} + \text{..........}O_2 \rightarrow 32\ CO_2 + \text{...........}H_2O$$

1. Recopier et équilibrer l'équation de réaction.
2. Calculer la masse molaire moléculaire du cétane $M(C_{16}H_{34})$.
3. Calculer la masse molaire du dioxyde de carbone $M(CO_2)$.
4. Calculer, en mole, la quantité de matière contenue dans 1 kg de cétane. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} mol.
5. À l'aide de l'équation bilan, calculer le volume de dioxyde de carbone formé lors de la combustion de 4,4 moles de cétane.

Données :
Masses molaires atomiques : M(H) = 1 g/mol ; M(C) = 12g/mol ; M(O) = 16 g/mol.
Volume molaire dans les conditions de la combustion : V = 25 L/mol.

Annexe (à rendre avec la copie)

Tableau de valeurs $f(x) = -1{,}4\,x^2 + 1\,000\,x - 60\,000$

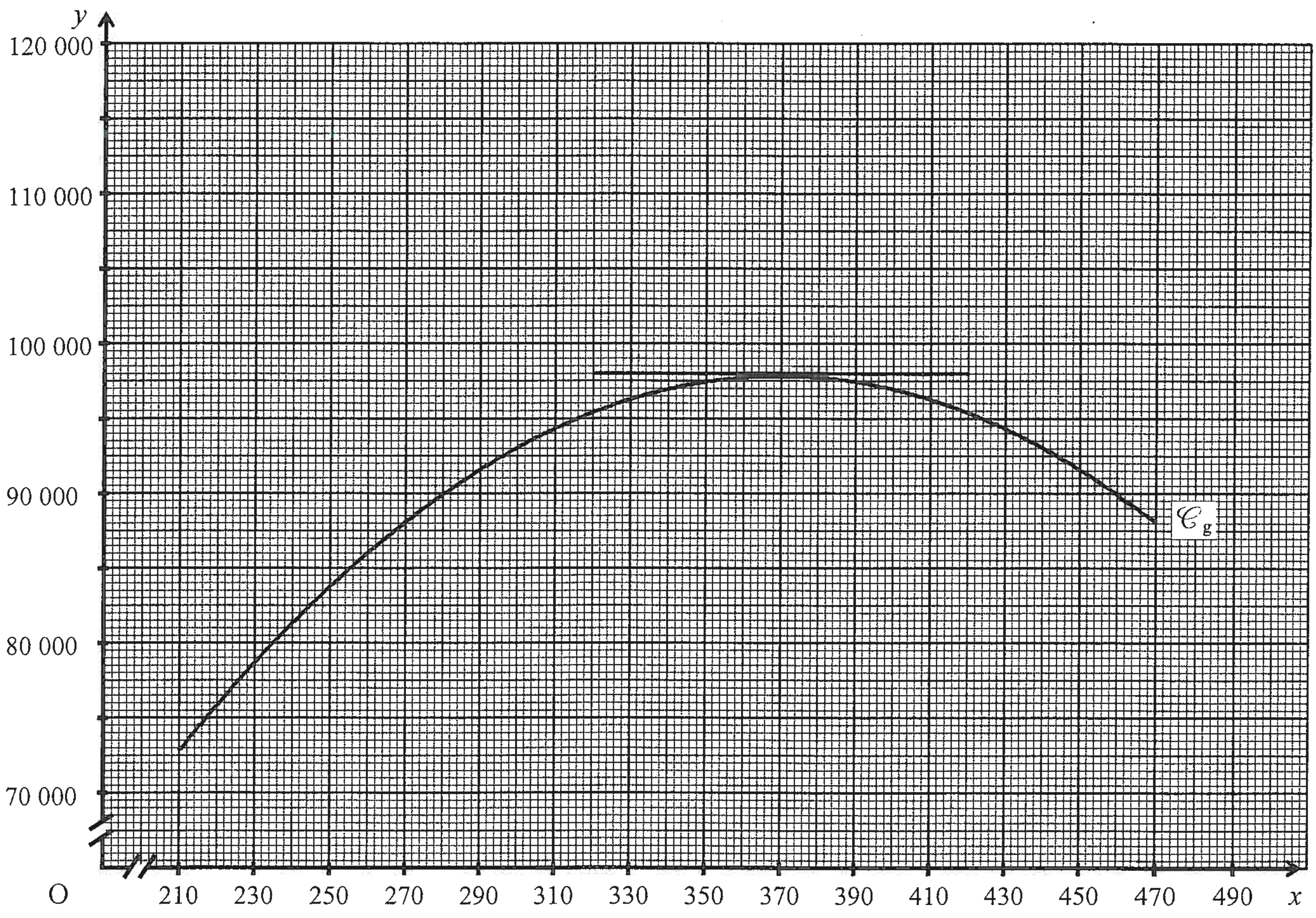
x	210	230	260	320	357	390	440	470
Valeur de $f(x)$ arrondie à l'unité	88 260	95 940				117 060	108 960	

Tableau de variation

x	210	…	470
Signe de $f'(x)$	….	0	….
Sens de variation de f			

Représentation graphique

Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques telles qu'en abscisse, 1 cm représente 20 unités et en ordonnées, 1 cm représente 5 000 unités.



FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Équation du second degré $\quad a x^2 + b x + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\qquad$ $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $a x^2 + b x + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)\,r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k\,(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_1 = u_1 \,.\, q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1\,\frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

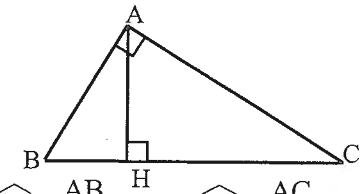
Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Écart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle



$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH \,.\, BC = AB \,.\, AC$

$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\quad \cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\quad \tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle quelconque

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} B h$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)\,h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou Prisme droit

d'aire de base B et de hauteur h : Volume : $B h$

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou Pyramide

d'aire de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3} B h$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

dans le plan	dans l'espace
$\overrightarrow{v} \,.\, \overrightarrow{v'} = x x' + y y'$	$\overrightarrow{v} \,.\, \overrightarrow{v'} = x x' + y y' + z z'$
$\Vert\overrightarrow{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\Vert\overrightarrow{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\overrightarrow{v} \neq \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{v'} \neq \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{v} \,.\, \overrightarrow{v'} = \Vert\overrightarrow{v}\Vert \times \Vert\overrightarrow{v'}\Vert \cos(\overrightarrow{v}, \overrightarrow{v'})$

$\overrightarrow{v} \,.\, \overrightarrow{v'} = \overrightarrow{0}$ si et seulement si $\overrightarrow{v} \perp \overrightarrow{v'}$