1006 AMA E STB	1006 AMA T STB

SESSION 2010

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

ÉPREUVE E1

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

L'emploi des calculatrices est autorisé.
Circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au BO n° 42 du 25 novembre 1999.
L'échange de machines entre candidats est interdit durant la durée de l'épreuve.

Durée: 2 heures **Coefficient : 2,5**

Le dossier est composé de 7 pages :

- le sujet est numéroté de la **page 1/7** à la **page 7/7**
- **une annexe à joindre à la copie** est donnée **page 6/7**
- le formulaire de mathématiques donné **page 7/7**

Pour son show-room, une société désire faire fabriquer un comptoir d'accueil représenté ci-contre en **figure n°1**.

L'objet de l'étude est la modélisation du plateau du comptoir tracé en trait gras sur la **figure n°2.**

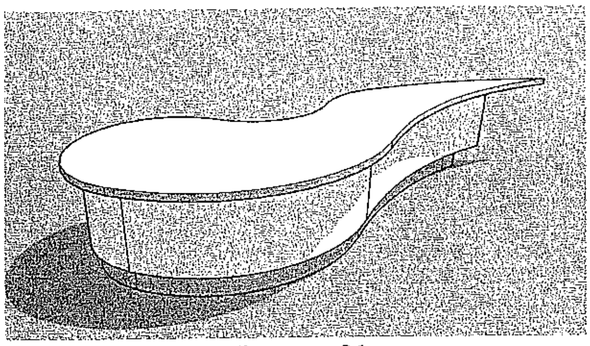


Figure n°1

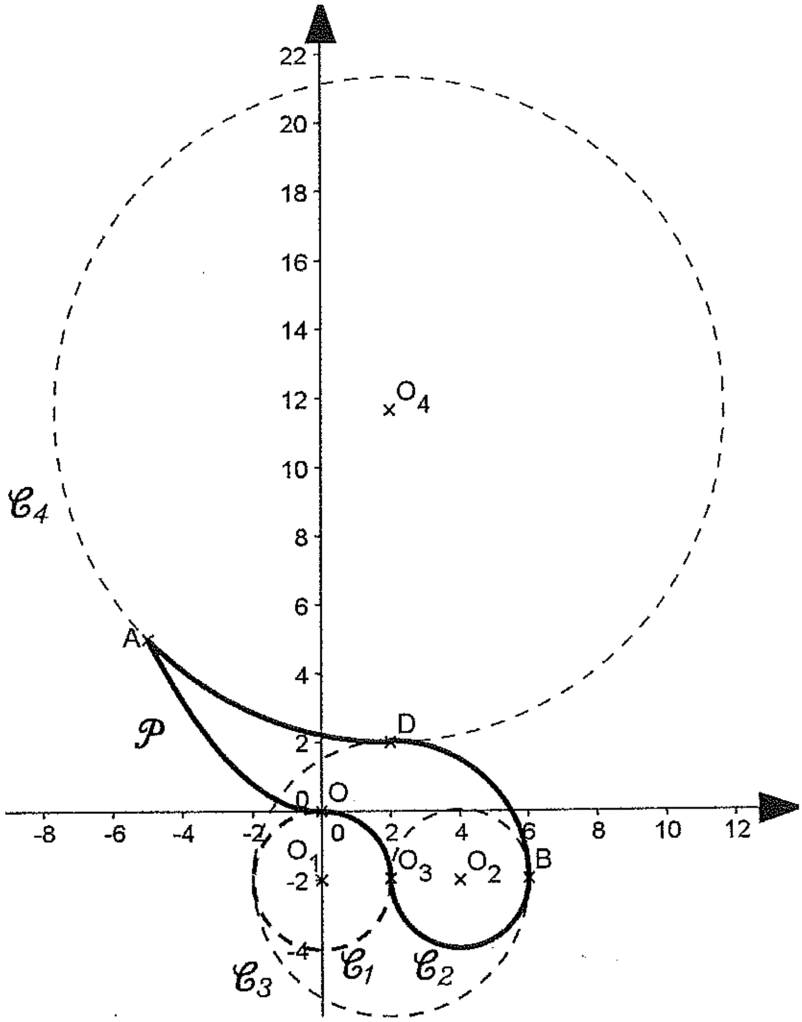


Figure n°2

Dans le repère de l'annexe, le contour du plateau est constitué des parties suivantes :

- Un arc $\widehat{AD}$ du cercle C_4 de centre O_4 $(2 ; \frac{35}{3})$ et de rayon $\frac{29}{3}$;
- Un arc $\widehat{DB}$ du cercle C_3 de centre O_3 (2 ; -2) et de rayon 4 ;
- Un arc $\widehat{BO_3}$ du cercle C_2 de centre O_2 (4 ; -2) et de rayon 2 ;
- Un arc $\widehat{O_3O}$ du cercle C_1 de centre O_1 (0 ; -2) et de rayon 2 ;
- Un arc de parabole P ayant pour extrémités O et A (-5 ; 5).

Dans le problème, on sera amené à représenter le contour du plateau dans le repère orthonormal de **l'annexe**. Dans ce repère, une partie du contour du plateau est tracée.

Partie 1 : Étude et tracé de la partie manquante P du contour du comptoir. **(5 points)**

Dans le repère de **l'annexe**, la partie P du comptoir est la courbe représentative d'une fonction f de la variable réelle x définie sur l'intervalle [-5 ; 0] par $f(x) = ax^2$ où a est un réel à déterminer.

1.1. En utilisant les coordonnées (-5 ; 5) du point A de P, montrer que $f(x) = 0{,}2\,x^2$.

1.2. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.

1.2.a. Écrire l'expression de $f'(x)$.
1.2.b. Calculer $f'(-5)$.
1.2.c. Indiquer et justifier le sens de variation de la fonction f sur [-5 ; 0].

1.3. Sur **l'annexe** à rendre avec la copie :

1.3.a. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f.
1.3.b. Sur la représentation graphique, tracer la courbe P et placer le point A.

Partie 2 : Étude de la « pointe » du plateau. **(7 points)**

2.1. Étude de la tangente en A au cercle C_4

Soit E le point de coordonnées $(0 ; -\frac{1}{4})$.

2.1.a. Placer le point E dans le repère de **l'annexe**.

2.1.b. Montrer que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AE}$ sont $(5 ; -\frac{21}{4})$.

2.1.c. On donne $\overrightarrow{O_4A}\,(-7 ; -\frac{20}{3})$. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{O_4A}.\overrightarrow{AE}$

2.1.d. Justifier que la droite (AE) est la tangente en A au cercle C_4.
2.1.e. Tracer la demi-droite [AE).

2.2. Étude de la tangente en A à la courbe P

Soit F le point de coordonnées (-3 ; 1).

2.2.a. Placer le point F dans le repère de **l'annexe**.
2.2.b. Déterminer la pente de la droite (AF).
2.2.c. En utilisant un résultat de la « **Partie 1** », justifier que (AF) est la tangente à P au point A.
2.2.d. Tracer la demi-droite [AF).

2.3. Détermination de la mesure de l'angle formé en A par les demi-droites [AE) et [AF).

2.3.a. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AF}$

2.3.b. Justifier que $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AF} = 31$.

2.3.c. Calculer les normes $||\overrightarrow{AE}||$ et $||\overrightarrow{AF}||$. Arrondir au millième si nécessaire.

2.3.d. Déterminer alors la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{FAE}$.

Partie 3 : **Calcul de l'aire de la surface du plateau.** **(4,5 points)**

La **figure 3** représente une vue du dessus du prototype du plateau.

L'aire de la partie blanche du plateau est 3,8 m².

Le but de l'exercice est de déterminer l'aire de la partie grisée afin d'en déduire l'aire de la surface totale du plateau.

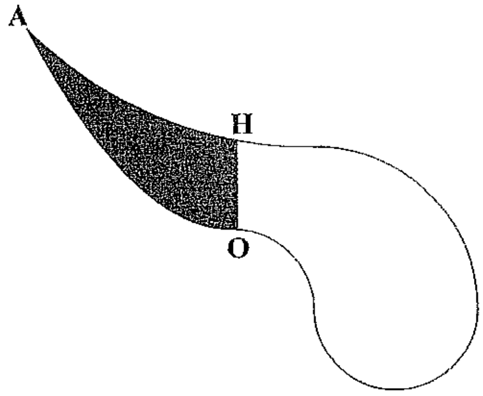


Figure 3

Sur la **figure 4**, les cotes réelles sont données en mètre.

- Le quadrilatère AGOH est un trapèze rectangle.
- $O_4H = 3,87$ m
- La mesure de l'angle $\widehat{HO_4A}$ est 34,5 °

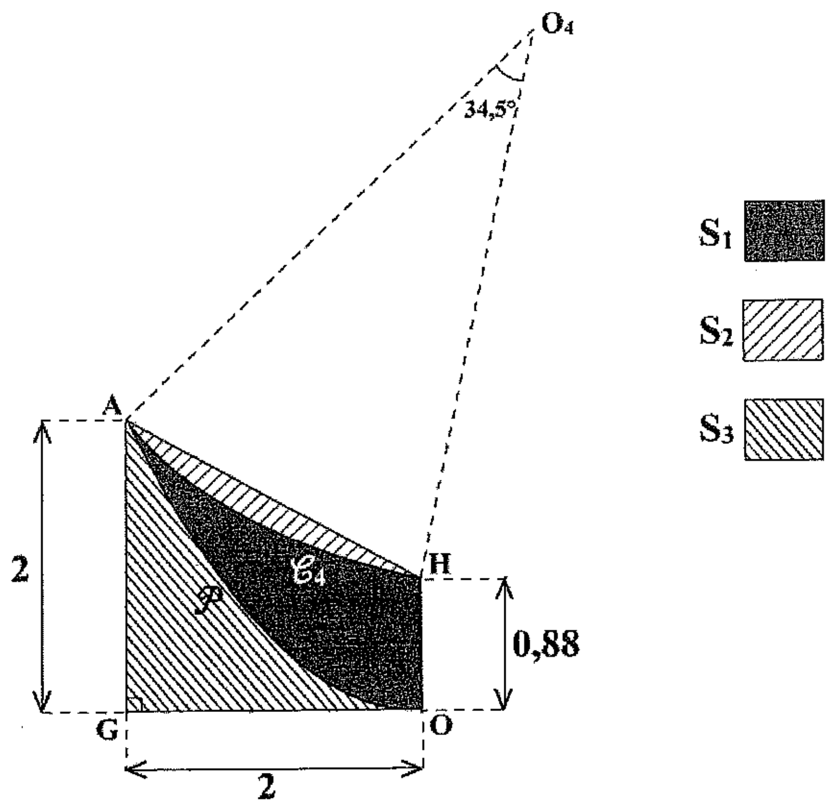


Figure 4

Pour les questions suivantes, les valeurs des aires seront arrondies au centième.

3.1.

3.1.a. Montrer que l'aire, en m², arrondie au centième, de la portion de disque AO_4H est 4,51.

3.1.b. Calculer, en m², l'aire du triangle AO_4H.

3.1.c. En déduire l'aire A_2, en m², de la surface hachurée S_2.

3.2.

3.2.a. Calculer, en m², l'aire du trapèze AGOH.

3.2.b. On sait que l'aire A_3 de la surface S_3 vaut 0,53 m². Déduire des résultats précédents l'aire A_1 de la surface grisée S_1.

3.3. Quelle est, en m², l'aire A_T de la surface totale du plateau ?

Partie 4 : Gestion des déchets (3,5 points)

Un artisan ébéniste veut améliorer la valorisation de ses déchets de bois (sciure, copeaux, chutes…).

En 2008, l'artisan a produit 3 000 kg de Déchets Non Recyclés (DNR) et en 2009 cette production a baissé de 20%.
Son objectif est de continuer à diminuer tous les ans la part de DNR de 20 %.

4.1. Calculer la quantité de DNR produite en 2009 et celle envisagée en 2010.

4.2. On désigne par :

- U_1 la quantité (en kg) de DNR produite en 2008 (soit $U_1 = 3\,000$) ;
- U_2 celle produite en 2009 ;
- U_3 celle envisagée en 2010 ;
- (…)
- par U_n, la quantité (en kg) de DNR envisagée en $(2007 + n)$.

U_1, U_2, U_3, …, U_n sont les termes d'une suite géométrique.

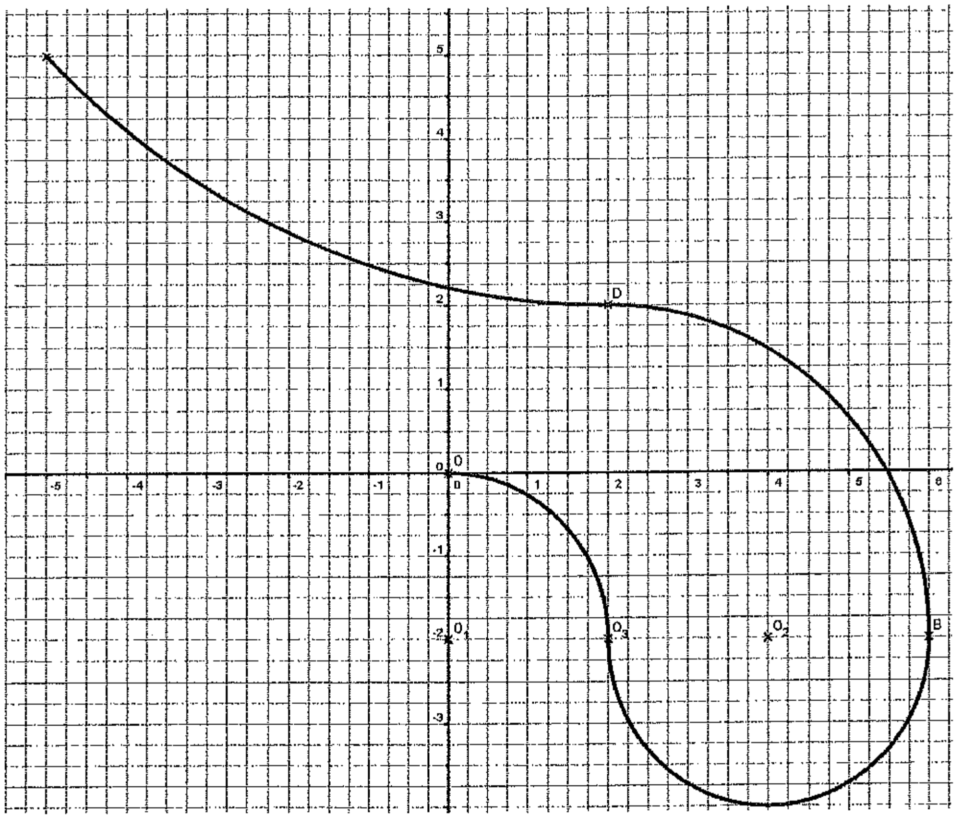
4.2.a. Déterminer la raison q de cette suite. Justifier la réponse par un calcul.
4.2.b. Montrer que l'expression du terme de rang n peut s'écrire $U_n = 3\,000 \times 0{,}8^{\,n-1}$
4.2.c. Calculer la quantité de DNR qui devrait être produite en 2020. Arrondir au kg.
4.2.d. Calculer la quantité totale de DNR qui devrait être produite de 2008 à 2020. Arrondir au kg.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Tableau de valeurs de la fonction f

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	5					0

Représentation graphique



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\;\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i$

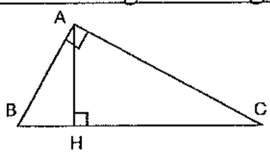
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i\, x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin\widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin\widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin\widehat{C}} =$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin\hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$