BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

PILOTAGE DE SYSTÈMES DE PRODUCTION AUTOMATISÉE

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1
SOUS - ÉPREUVE B 1 - UNITE 12
MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 8 pages.
La page 8/8 est à rendre avec la copie d'examen.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21×15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat – Bâtiment - Maintenance – Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial N° 11 du 15 juin 1995)

Fonction f	**Dérivée f'**
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

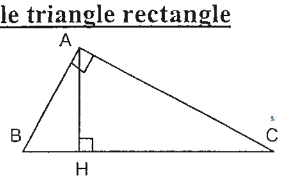
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Écart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Aire : $4\pi R^2$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

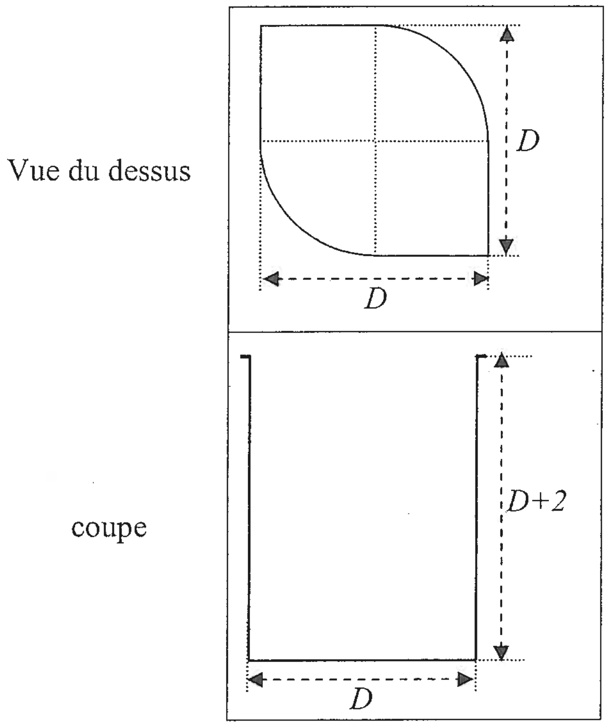
Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

PARTIE MATHEMATIQUES

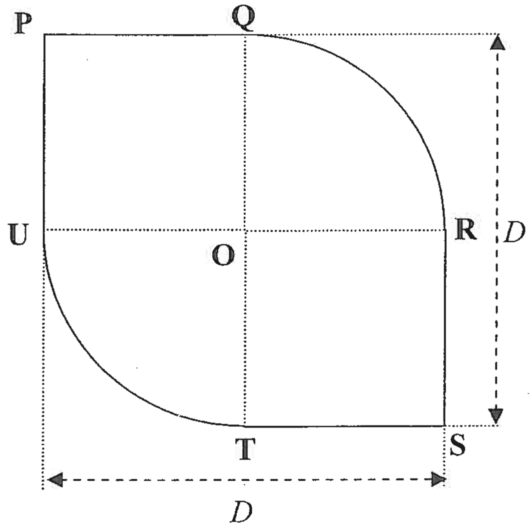
EXERCICE 1 : (10 points)
Une entreprise industrielle souhaite lancer sur le marché de nouveaux pots de yaourt afin d'améliorer le packaging. Le nouveau modèle est représenté ci-dessous :



La hauteur du nouveau modèle est égale à : $D+2$. D est une longueur exprimée en cm.

La base du nouveau modèle est reprise par la figure PQRSTU ci-dessous. Cette base est formée par :

- Deux carrés PQOU et ORST de côté $\frac{D}{2}$.
- Deux quarts de disque de centre O et de rayon $\frac{D}{2}$.



L'étude a pour but de déterminer la valeur de D pour laquelle le volume du nouveau modèle est identique à celui de l'ancien qui est de 225 cm^3.

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante

Partie A : Expression du volume du pot en fonction de D

L'aire totale de la base du pot, exprimée en cm^2, est notée A.

On note h la hauteur du pot. Le volume V du pot est donné par la relation : $V = A \times h$

1. Cas particulier : $D = 6$
   a) Calculer l'aire A_1 du carré PQOU.
   b) Calculer l'aire A_2 du quart de disque OTU. Arrondir le résultat au centième.
   c) Calculer l'aire totale de la base A. Arrondir le résultat au centième.
   d) Calculer le volume V du pot.

2. Cas général : la valeur de D n'est pas connue
   a) Montrer que l'aire totale, A, de la figure PQRSTU s'exprime en fonction de D par la relation :
   $$A = \frac{\pi D^2}{8} + \frac{D^2}{2}$$
   b) En déduire que $A = \left(\frac{\pi + 4}{8}\right) \times D^2$
   c) En prenant $A = 0{,}89D^2$, montrer que le volume total, V, d'un pot de yaourt s'exprime en fonction de D par la relation : $V = 0{,}89D^3 + 1{,}78D^2$

Partie B : Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 8] par : $f(x) = 0{,}89x^3 + 1{,}78x^2$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.
2. Vérifier que $f'(x) = 0{,}89x(3x + 4)$. Justifier que $f'(x) \geq 0$ sur l'intervalle [0 ; 8].
3. Compléter sur **l'annexe** le tableau de variation de la fonction f.
4. a) Compléter sur **l'annexe** le tableau de valeurs de f. Arrondir tous les résultats à l'unité.
   b) Placer les points correspondants dans le repère de **l'annexe**.
5. Tracer dans le repère de **l'annexe** la courbe représentative (C) de la fonction f.

Partie C : Exploitation

1. A l'aide la courbe (C), déterminer graphiquement la valeur de x telle que $f(x) = 225$.
   Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.
2. En déduire, en centimètre, la valeur de D et celle de la hauteur du pot de yaourt qui correspondent à un volume de 225 cm^3.

EXERCICE 2 : (5 points)

Afin de s'assurer de la qualité du dispositif de remplissage des pots de yaourt, l'équipe de maintenance procéde à des contrôles. Elle réalise des mesures portant sur un échantillon de 100 pots.
Le tableau ci-dessous présente les mesures des hauteurs de yaourt dans les pots, regroupées en classes.

Hauteur de yaourt dans les pots (en cm)	Centre de classe x_i	Nombre de pots n_i
[5,7 ; 5,8[	5,75	5
[5,8 ; 5,9[	5,85	8
[5,9 ; 6,0[	5,95	32
[6,0 ; 6,1[	6,05	46
[6,1 ; 6,2[	6,15	5
[6,2 ; 6,3[	6,25	4

On admet, pour les calculs de la moyenne et de l'écart-type, que l'effectif de chaque classe est affecté au centre de la classe.

1. Calculer la hauteur moyenne $\overline{x}$ de yaourt dans les pots contrôlés. Aucun calcul intermédiaire n'est exigé.

2. Calculer l'écart-type σ. Arrondir le résultat au dixième. Aucun calcul intermédiaire n'est exigé.

3. Un pot de yaourt est commercialisable si la hauteur de yaourt appartient à l'intervalle [5,9 ; 6,1[. Quel est le pourcentage de pots de cet échantillon qui sont commercialisables ?

4. Le Coefficient d'Aptitude Machine (CAM) est le rapport $\dfrac{IT}{6\sigma}$ où IT est l'amplitude de l'intervalle de tolérance.
   Si le Coefficient d'Aptitude Machine est strictement supérieur à 1 (CAM > 1) la machine est considérée comme performante.

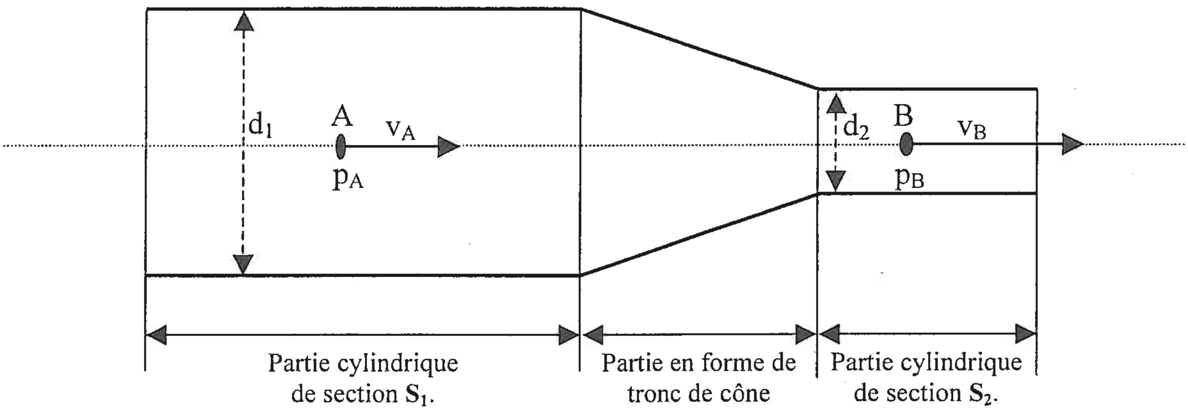
   a) On sait que $IT = 0{,}2$. Calculer le rapport $\dfrac{IT}{6\sigma}$ (prendre $\sigma = 0{,}1$). Arrondir le résultat au dixième.

   b) Préconisez-vous une opération de maintenance pour le dispositif de remplissage ?

<u>PARTIE SCIENCES PHYSIQUES</u>

<u>EXERCICE 3</u>: (3 points)

Le remplissage d'un pot de yaourt est assuré à l'aide d'une buse qui comprend un générateur à effet Venturi qui accélère le lait. Le schéma de cette conduite est représenté ci-dessous.



Avec :

p_A et v_A : représentent respectivement la pression et la vitesse du lait dans la partie cylindrique de section S_1.

p_B et v_B : représentent respectivement la pression et la vitesse du lait dans la partie cylindrique de section S_2.

Les débits et les vitesses du lait sont supposés constants dans chaque partie cylindrique.

On donne :

$d_1 = 0{,}025$ m. $\quad v_A = 2{,}5$ m/s $\quad v_B = 10$ m/s $\quad p_A = 10^5$ Pa

1. Calculer le débit du lait dans la première partie cylindrique.

2. Calculer le diamètre d_2 de la deuxième partie cylindrique. Arrondir le résultat au mm.

3. Calculer la pression p_B au point B en kPa. Donner le résultat arrondi au kPa.

Données :

Débit d'un liquide dans un conduit : $Q = v.S$

Masse volumique du yaourt : $\rho = 1030$ kg/m^3

Relation simplifiée de Bernoulli : $p_A + \frac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v_B^2$

EXERCICE 4 : (2 points)

Le moteur du tapis roulant qui entraîne les pots pour leur conditionnement, présente les caractéristiques suivantes :

U = 230 V – 400 V
f = 50 Hz
η = 0,86
P_u = 9,3 kW

1. La fréquence de synchronisme est n_S = 1 500 tr/min.

   Donner cette fréquence en tours par seconde.

2. Calculer la valeur du glissement sachant que la vitesse de rotation est n = 23,8 tr/s.

   Arrondir le résultat au centième.

   Rappel : $g = \dfrac{n_s - n}{n}$

3. Calculer la puissance absorbée par le moteur en kilowatt. Donner le résultat arrondi au dixième de kilowatt.

ANNEXE
(à rendre avec la copie)

EXERCICE 1.

3. Tableau de variation.

x	
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

4.a) Tableau de valeurs

x	$f(x)$
0	**0**
0,5	**1**
1	**3**
1,5	**7**
2	**14**
2,5	
3	**40**
3,5	
4	**86**
5	
6	**256**
7	
8	**570**

5. Représentation graphique.