

Rallye mathématique 2009

[12^e édition] Auvergne - Sétif



A vous,
maintenant,
jeunes
collégiens et lycéens
d'Auvergne et de Sétif,
de faire preuve de
vos qualités de réflexion,
d'initiative, d'imagination
mais aussi de créativité
artistique !

De la volonté
et de la persévérance
vous serez
aussi nécessaires
pour venir à bout
des exercices
originaux et astucieux
que l'équipe d'élaboration
des sujets vous a préparés.

Vous le pouvez !

Bon rallye 2009 !

Jean-François Bilgot,

IA-IPR de mathématiques,
rectorat de Clermont-Ferrand

17 mars 2009

**Epreuves interclasses
troisièmes et secondes**

Les consignes

- Les calculatrices sont autorisées.
- La solution de chacun des 4 problèmes communs et des 2 sujets correspondant au niveau de la classe sera rédigée sur une des feuilles jointes (feuille spécifique pour le numéro 9).
- Chaque feuille portera :
 - le nom de la classe,
 - le nom de l'établissement,
 - le numéro du problème,
 - ainsi que l'effectif de la classe et des participants.
- Un des problèmes devra être illustré sur une affiche comportant le nom de la classe et de l'établissement. Le jury appréciera à la fois la qualité esthétique, l'originalité et la qualité des contenus mathématiques.
- **Pour chaque problème, le jury évaluera :**
 - l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées,
 - l'argumentation,
 - la présentation.

► Contact

- Anne Cruzier,
 - professeure de mathématiques,
 - membre de l'APMEP
- anne.cruzier@ac-clermont.fr

Les épreuves

Sujets collège

1) Les cercles encerclés

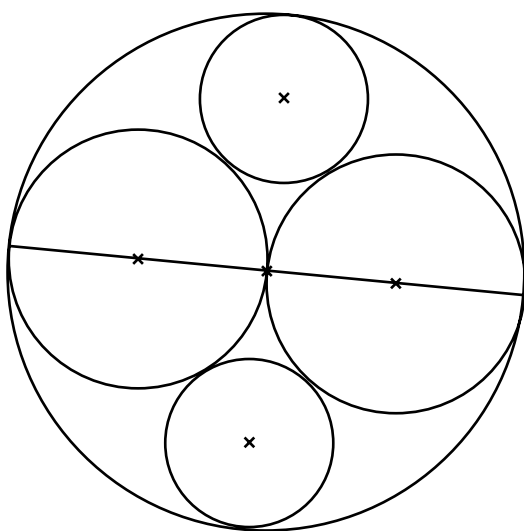
الدائرات المحاطة

Une collégienne fait un stage de vente dans une parfumerie. Elle veut préparer des colis de flacons de parfum à l'occasion de la fête des mères. Tous ses flacons sont cylindriques.

Dans une boîte cylindrique de 8 cm de diamètre, elle a déjà placé deux flacons identiques de diamètre 4 cm.

Il lui faut trouver alors deux autres flacons identiques pour compléter la boîte.

🔍 Quel est le rayon maximal que peuvent avoir ces petits flacons ?



Vue de dessus de la boîte remplie

2) Le jeu du vingt et un

لعبة الواحد و العشرين

Ce jeu se joue à deux. Chaque joueur à tour de rôle montre entre un et cinq doigts à l'autre, et ceci continue jusqu'à ce que le total des doigts montrés soit égal à 21.

Le gagnant est celui qui atteint 21. Exemple :

Joueur A : 3	Total : 3	
Joueur B : 5	Total : 8	
Joueur A : 4	Total : 12	
Joueur B : 3	Total : 15	
Joueur A : 4	Total : 19	
Joueur B : 2	Total : 21	le joueur B a gagné

🔍 Un joueur peut-il trouver une stratégie pour gagner à tous les coups ? Donner cette stratégie.

Sujets lycée professionnel

طيار التحقق

3) Le pilote d'essai

Un pilote automobile teste une nouvelle voiture sur un circuit sécurisé.

Dans un premier temps, il sert uniquement à la diriger, le moteur étant « piloté » par un ordinateur.

L'ordinateur est programmé pour répéter, jusqu'à l'intervention du pilote pour le déconnecter, le cycle de deux phases suivant :

- une phase d'accélération durant laquelle la vitesse augmente de 18 km/h, qui dure 1 seconde ;
- une phase durant laquelle la vitesse reste constante, qui dure 10 secondes.

Pour simplifier les calculs, on considère que la vitesse moyenne pendant la phase d'accélération est égale à la vitesse avant accélération augmentée de 9 km/h.

On commence départ arrêté et le pilote reprend le contrôle total de la voiture 2 009 mètres après son départ.

- 2 Combien de cycles sont nécessaires pour parcourir les 2 009 mètres ?
Quelle est la vitesse moyenne, en km/h, de la voiture sur ces 2 009 mètres ?

4) Le recensement

الإحصاء

Dans l'appartement d'Emma, il y a des personnes (filles et/ou garçons) et des animaux (chats et/ou chiens).

- 2 Retrouver le nombre de filles, de garçons, de chiens et de chats sachant que :
6 ne sont pas des humains ; 8 ne sont pas des filles ; 9 ne sont pas des garçons ; 11 ne sont pas des chiens.

Sujets lycée général et technologique

5) Les bornes

علامة المسافات

Dans tout cet exercice (a , b et c représentant des entiers compris entre 0 et 9), afin de ne pas confondre avec le produit $a \times b \times c$,

on utilise la notation \overline{abc} pour désigner l'écriture du nombre $100a + 10b + c$.

À 13 h 45 min une automobile passe devant le repère kilométrique \overline{ab} .

À 14 h 45 min cette même automobile passe devant le repère kilométrique $\overline{b0a}$.

Elle passe enfin devant le repère kilométrique $\overline{ab0}$ à 16 h 05 min.

- 2 Sachant que cette automobile roule à vitesse constante sans faire d'excès de vitesse, déterminer la valeur indiquée par chacun des repères, ainsi que la vitesse du véhicule.

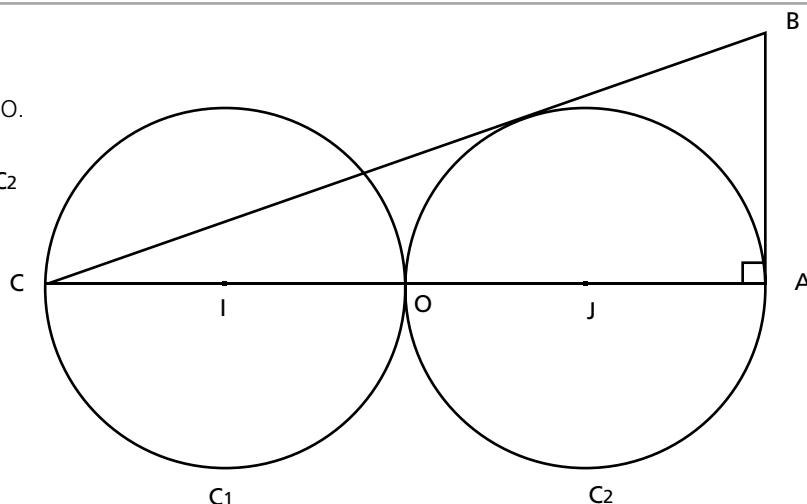


6) Les cercles tangents

الدائرات المتماسة

Les cercles C_1 et C_2 sont de même rayon R , et tangents en un point O .

La tangente à C_2 en A et une des tangentes à C_2 passant par C se coupent en B .



- 2 Démontrer que le quotient $\frac{BC}{BA}$ est un nombre entier ne dépendant pas du rayon R des cercles. Quel est ce nombre ?

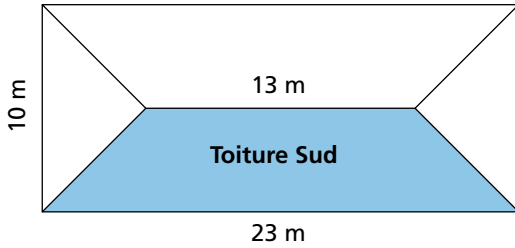
7) L'énergie solaire

الطاقة الشمسية

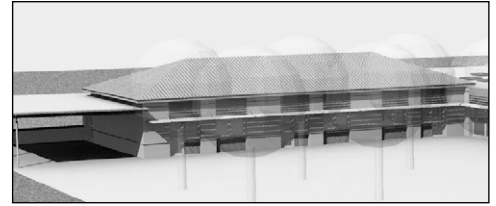
La commune de Loubeyrat (Puy-de-Dôme) construit un groupe scolaire et souhaite équiper la toiture sud du bâtiment avec des tuiles photovoltaïques afin de produire de l'électricité à partir de l'énergie solaire.

? Vous devez l'aider en calculant la surface totale de ce pan sud de toiture.

Voici un croquis de la vue de dessus de la toiture :



Vue de dessus



On connaît de plus les hauteurs suivantes :

- le faîtage (haut du toit) est à 5,42 m du sol
- le chéneau (bas du toit) est à 3,38 m du sol.

8) Le jeu des jetons

لعبة البديلة

Trois amis, Alexandra, Kevin et Mohamed, jouent à un jeu et misent avec des jetons. Le jeu se déroule en cinq manches.

Chaque manche désigne un perdant qui doit alors doubler le nombre de jetons de chacun des autres joueurs avec ses propres jetons.

A la fin de la partie, Mohamed a 8 jetons, Alexandra en a 9 et Kevin en a 10.

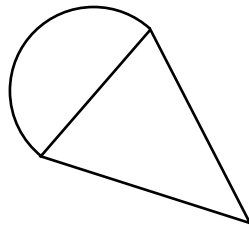
? Combien de jetons avait chacun d'eux au début du jeu ?

9) Le dessous de plat

مقرش الصحن

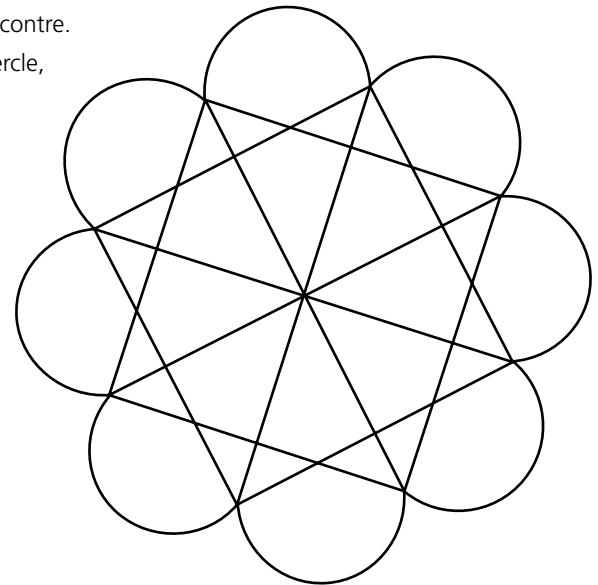
Théophile souhaite réaliser un dessous de plat en contreplaqué, ayant la forme ci-contre.

Il est composé de 8 motifs identiques formés d'un triangle isocèle et d'un demi-cercle, comme décrit ci-dessous.



Il est inscrit dans un cercle C de centre O.

? Explique à Théophile comment construire géométriquement (sans calculatrice) un modèle de son dessous de plat et réalise la construction sur la feuille réponse où figurent le cercle C et son centre O.



10) Le calcul d'impôt

حساب الضرائب

4				
3				
2				
1				
	a	b	c	d

Dans le sultanat d'Al Jaibr, les nouveaux habitants paient leur premier impôt d'une façon originale. Le sultan vient avec un plateau comprenant 16 cases :

- sur chaque case l'habitant doit poser un certain nombre de pièces d'or, au moins une bien sûr
- mais il ne peut y avoir le même nombre de pièces sur deux cases alignées, que ce soit à l'horizontale, à la verticale ou en diagonale
- ainsi il ne peut y avoir le même nombre de pièces en a2 et c4.

- ?** a) Prouver qu'il est possible de mettre le même nombre de pièces dans quatre cases différentes.
b) Trouver le nombre minimal de pièces d'or qu'un nouvel habitant aura à donner.