

# Rapport du jury du concours externe et du troisième concours de recrutement de professeurs des écoles

Session 2007

## Épreuve de mathématiques

### Commentaires sur l'épreuve

Le sujet, estimé plus facile que les années précédentes, peut paraître long dans le temps imparti mais il faut rappeler qu'il s'agit là d'une épreuve d'un concours. Les notes sont bien meilleures qu'en 2006 : la moyenne s'établit à 11,58 pour le concours externe (8,98 en 2006) et à 7,82 pour le troisième concours (6,51 en 2006). Cette augmentation est sensible à tous les niveaux sauf pour les copies les plus faibles du troisième concours : le premier quartile reste effectivement proche de 4.

Quelques correcteurs signalent et apprécient de nets progrès en géométrie par rapport aux années précédentes. La correction a mis en évidence des difficultés chroniques à propos des grandeurs et de leur mesure ; le rôle et la place des unités sont visiblement mal compris. Les futurs candidats sont invités à approfondir leur formation théorique sur ces questions qui occupent maintenant une place importante tant à l'école élémentaire qu'au collège. La commission regrette une nouvelle fois que les notations classiques des objets géométriques (droite, segment, mesure de longueur, ...) soient mal connues ou mal utilisées. De même des confusions sont encore trop fréquentes entre les droites remarquables d'un triangle (hauteurs, médianes, médiatrices, ...).

Dans le domaine numérique, des difficultés classiques subsistent en ce qui concerne les fractions et les échelles.

Malgré quelques copies encore décevantes sur ce plan, la présentation et la qualité de l'orthographe s'améliorent cette année encore. Les relectures attentives des candidats et l'incitation figurant sur la première page du sujet montrent ainsi leur efficacité.

### Exercice 1 (3 points)

- 1) a) En désignant par  $x$  le nombre de parts de flan et par  $y$  le nombre de parts de tarte, on peut écrire  $1,5x + 2y = 122$  et  $x + y = 72$  d'où l'on déduit par une méthode quelconque :  $x = 44$  et  $y = 28$ .
- b) Si seules des parts de flan avaient été vendues, la recette aurait été de  $72 \times 1,5$  € soit 108 €. Les 14 € supplémentaires ont été apportés par  $14/0,5 = 28$  parts de tarte.  $72 - 28 = 44$  parts de flan ont été vendues.

*Le raisonnement de type arithmétique a posé plus de problèmes aux candidats, visiblement plus à l'aise en algèbre. Certains ignorent visiblement ce qu'est un raisonnement de type arithmétique. Plusieurs correcteurs signalent le "brouillage" du traitement arithmétique par la résolution algébrique qui précède.*

- 2) Pour Jean-Marc :  $1/3$  ; pour Sophie :  $3/8 (1 - 1/3) = 1/4$  ; pour Antoine et Rémi :  $1/2 (1 - 1/3 - 1/4) = 5/24$ .

*"Prendre les 3/8 de" a parfois été traduit par une addition de 3/8.*

### Question complémentaire de l'exercice 1 (4 points)

- 1) La réponse attendue était "le cycle 2" ou "le début du cycle 3".

*Les justifications, souvent défailtantes ou incomplètes, pouvaient néanmoins s'appuyer sur les nombres, les opérations et le type de problème. Des réponses différentes, accompagnées de justifications pertinentes, ont néanmoins été valorisées.*

A noter que des candidats indiquent "cycle 1" en lieu et place de première année d'école élémentaire.

2)

A	La schématisation de la situation est correcte. La phrase réponse est exacte. L'opération posée semble correspondre à une vérification mais elle comporte une erreur, sans doute une étourderie.
B	Les deux phrases expliquent la schématisation a priori pertinente. L'élève aboutit cependant à une impasse. L'opération montre que l'élève a probablement perdu le sens de la représentation initialement choisie.
C	Les deux premières lignes explicitent le codage. Les lignes de calculs sont correctes. L'écriture d'additions successives en colonne manque de rigueur. La conclusion est exacte.
D	La schématisation est défaillante : les pattes sont associées aux poules, les têtes aux lapins. Les contraintes ne sont pas restituées.

Les correcteurs regrettent encore une fois l'excès de verbiage stérile et déplorent l'absence d'analyse de la copie dans sa globalité. On ne trouve trop souvent que des descriptions peu structurées de la production de l'élève et non de la procédure mise en œuvre.

La présentation des différentes analyses est en général rendue plus claire par l'utilisation d'un tableau.

L'utilisation incorrecte du signe "=" dans la copie de l'élève C n'a été que très rarement signalée, de même que l'impasse à laquelle aboutit le raisonnement de l'élève B.

3) Deux types de réponse ont été acceptées :

- "écrits destinés à être communiqués et discutés", justifié par l'absence de ratures, la présence de phrases de conclusion, de légendes, la présentation claire, les calculs posés, ...
- "écrits de recherche", justifié par exemple par les arguments suivants : divergence dans les schémas et les présentations, procédures variées, pas de trace d'appréciation du maître, ...

Les justifications explicitement demandées ne sont que rarement fournies. Des candidats recopient les fonctions des trois types d'écrits, sans se référer explicitement aux productions des élèves.

On note des difficultés à trancher entre écrits de recherche et écrits de communication. Il en résulte une argumentation peu satisfaisante.

## Exercice 2 (5 points)

Les premières questions, plutôt faciles, sont en général bien réussies.

- 1) Le volume cherché est la somme de ceux du parallélépipède et de la pyramide.  $V = (8 \times 6 \times 3) + 1/3 (8 \times 6 \times x)$   
 $V = 144 + 16x$ .
- 2) Si  $x = 1,5$ , alors  $V = 144 + 24 = 168$ . Le volume est  $168 \text{ m}^3$ .
- 3)  $V = 200$  équivaut à  $16x = 56$ , soit  $x = 3,5$ .
- 4) Graphiquement, l'aire demandée est approximativement égal à  $160 \text{ m}^2$ .
- 5) La hauteur maximum est approximativement  $3,2 \text{ m}$ .
- 6) Si  $x = 0$ , la serre a la forme d'un parallélépipède rectangle. Le graphique indique une aire approximativement égale à  $132 \text{ m}^2$ . Par le calcul, la mesure en  $\text{m}^2$  de l'aire demandée est  $(2 \times 8 \times 3) + (2 \times 6 \times 3) + (8 \times 6) = 132$ , ce qui confirme la lecture graphique.
- 7) Plusieurs méthodes sont envisageables. On peut par exemple remarquer qu'en appelant I le milieu de [CD],  $IK = 1/2 AD = 4$ . Le triangle SCD est isocèle en S puisque, K étant le centre du rectangle ABCD,  $KC = KD$  donc  $SC = SD$ . Il en résulte que (SI) est une hauteur du triangle SCD. Le théorème de Pythagore permet alors d'écrire  $SI^2 = SK^2 + IK^2 = 9 + 16 = 25$ . La hauteur issue de S dans le triangle SDC a donc pour longueur  $5 \text{ m}$ .

Cette question largement ouverte quant aux stratégies auxquelles il est possible de faire appel, a mis en évidence le manque de rigueur de nombreux candidats. Les différentes étapes du raisonnement devaient être soigneusement justifiées.

8) a)

b) Les consignes ne sont pas toujours respectées (constructions non réalisées à la règle et au compas exclusivement, absence des traits de construction, ...).

### Exercice 3 (4 points)

*Dans de trop nombreuses copies, les démonstrations demandées sont particulièrement confuses. L'emploi de valeurs approchées intempestives a perverti la rédaction de plusieurs questions.*

1) *Dans cette question aussi, les correcteurs ont souvent cherché vainement les traits de construction demandés.*

2) a) K étant le milieu de [AC], il est aussi centre du cercle circonscrit à ABC et (BK) est une hauteur de ABC. Donc l'aire de ABC est  $(1/2 \times KB \times AC) \text{ cm}^2 = (1/2 \times KA^2) \text{ cm}^2 = 56,25 \text{ cm}^2$ .

*Les correcteurs ont noté beaucoup de maladroresses dans cette question. Beaucoup de temps est parfois perdu pour justifier que deux points sont alignés.*

b) ABC et AIC ont une hauteur commune : [AB]. Relativement à cette hauteur la base de AIC est la moitié de celle de ABC, donc l'aire de AIC est  $1/2 \times 56,25 \text{ cm}^2 = 28,125 \text{ cm}^2$ .

3) a) *Cette question n'a que rarement été correctement traitée.*

Les médianes (AI) et (CJ) du triangle ABC se coupent en D, centre de gravité de ABC. La troisième médiane, (BK) passe donc elle aussi par D, ce qui prouve l'alignement de B, D et K.

b)  $DK = 1/3 BK = 1/3 \times 1/2 AC$  donc la longueur de [DK] est 2,5 cm.

c) L'aire de ADC est  $(1/2 \times DK \times AC) \text{ cm}^2$  soit 18,75 cm<sup>2</sup>.

d) L'aire de ABCD est la différence des aires de ABC et ADC soit 37,5 cm<sup>2</sup>.

### Question complémentaire de l'exercice 3 (4 points)

1) a) Le candidat pouvait avoir le choix entre une perception directe, la superposition de certaines pièces (A et B, E et G), le recollement de certaines pièces (C, D et F peuvent être reconstituées à partir de E et G), le recours à une nouvelle unité (E par exemple).

b) Les formes différentes des trois pièces constituent l'obstacle principal, en particulier si l'élève confond aire et forme. On peut lui demander de découper chacune des pièces D, C et F en deux triangles rectangles isocèles superposables.

c) On attend que le maître fasse noter des conditions suffisantes pour que deux surfaces aient la même aire : elles sont superposables ou l'une peut être exactement recouverte, sans chevauchement, par les morceaux obtenus après un découpage de l'autre. On peut aussi attendre des remarques du genre : deux figures de formes différentes peuvent avoir la même aire ou deux figures ayant la même aire ne sont pas toujours superposables.

*Les futurs candidats doivent réfléchir au rôle des traces écrites.*

2) *Cette question n'a été que très rarement abordée, en général par manque de temps.*

a) L'élève peut décomposer chacune des figures pour faire apparaître des pièces du tangram. Il doit ensuite additionner les fractions d'aire du tangram correspondantes.

b) En prenant par exemple l'aire de E comme unité, les mesures des aires de T, V et W sont respectivement 3, 5 et 8. D'autres choix étaient possibles.